## Highways & Automotive Applications

# UGM(1,1)模型在特殊路基沉降中的应用

#### 刘跃

(湖南省高速公路集团有限公司 湘西分公司,湖南 长沙 410003)

摘要: 红砂岩碎石土强夯路基的沉降一直是施工中难以控制的一环,沉降大小直接影响高速公路通车后的服务水平和安全,在有限的沉降观测时间的基础上预测路基沉降尤为重要。文中基于某高速公路 K4+860—K9+960 沉降测量数据,建立基于灰色理论的非等时距 UGM(1,1)模型预测红砂岩碎石土强夯路基沉降,并通过精度检验证明了模型的准确性和可行性。

关键词:公路;红砂岩碎石土强夯路基;路基沉降;非等时距 UGM(1,1)模型

中图分类号:U416.1

文献标志码:A

文章编号:1671-2668(2020)03-0069-03

某高速公路 K4+860—K9+960 段地貌以丘陵为主,路线穿越山岭、田野和山谷,地形起伏较大。所处位置地质构造简单,岩层均为单斜构造,孔隙水量较小,主要赋存在小部分卵石和块石中。为提高施工的经济性,填筑材料选自附近山体边坡,主要由红砂岩碎石土构成,其占比超过70%。红砂岩在环境因素影响下将产生强度降低现象,导致红砂岩碎石土路基的施工质量较难控制,路基在荷载作用下会出现大规模不均匀沉降。因此,该路段路基施工中采用强夯法进行加固处理。该文通过拉格朗日插值函数将原始非等时距时间序列转化为等时距时间序列,建立 UGM(1,1)模型预测路基沉降,研究红砂岩碎石土强夯路基的沉降特性及改善情况。

## 1 GM(1,1)模型简介

灰色 GM 模型具有随机性、模糊性、不确定性,可揭示内部结构的连续变化,在路基沉降中应用十分普遍。典型灰色模型 GM(1,1)的建模过程如下:

从测量的累积沉降数据中提取一系列相等时间间距的数据作为原始数据序列:

$$S(0) = [S(0)(1), S(0)(2), \dots, S(0)(n)]$$

累加原始数据序列一次,得到一个新的时间 序列:

$$S(1) = [S(1)(1), S(1)(2), \dots, S(1)(n)]$$
  
 $\Leftrightarrow Z(1) = [z(1)(2), z(1)(3), \dots, z(1)(n)],$ 

则 GM(1,1)模型的基本方程为:

$$S(0)(k) + az(1)(k) = b$$

其白化方程为:

$$\frac{\mathrm{d}S^{(1)}}{\mathrm{d}t} + aS^{(1)} = b$$

系数a、b 采用最小二乘法计算。时间响应函数为:

$$S^{(1)}(t) = \left(S^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a}$$

从而得到:

$$\hat{S}(k+1) = \left(S^{(1)}(0) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

使S(1)(0)=S(0)(1),有:

$$\hat{S}(k+1) = \left(S^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

则:

$$\hat{S}(k+1) = \hat{S}^{(1)}(k+1) - \hat{S}^{(1)}(k) = (1 - e^{a}) \left( S^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak}$$

## 2 非等时距 GM(1,1)模型

受施工环境、天气变化及人为因素的影响,红砂岩碎石土路基沉降数据序列的时间间隔并非等距,导致 GM(1,1)模型的运用存在一定局限性。为准确掌握红砂岩路基的沉降规律,建立基于 GM(1,1)模型的 UGM(1,1)预测模型,其建立过程类似于等时距序列模型。

#### 2.1 非等时距序列转换成等时距序列

非等时距沉降增量时间序列为:

$$S1(1) = \{S1(0)(t_i) | i \in R+, i=1,2,\cdots,n\}$$

各时段的时间间隔为:

$$\Delta t_{i} = t_{i} + 1 - t_{i}$$
;  $\Delta t_{i} = t_{i} + 1 - t_{i}$ 

式中: $\Delta t_i - \Delta t_j \neq 0$ ; $i \neq j$ ,i, $j \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ ,表示各时段的时间间隔不相等。

平均时间间隔 $\bar{t}$ 为:

$$\bar{t} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \Delta t_i = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (\Delta t_{i+1} - \Delta t_i) = \frac{1}{n-1} (t_n - t_1)$$

t=1 时,等时间间隔点的沉降增量  $S_2^{(0)}(t)$   $(t=1,2,\cdots,n)$ 为:

$$S_2^{(0)}(1) = S_1^{(0)}(t_1)$$

t=n 时:

$$S_2^{(0)}(n) = S_1^{(0)} \lceil t_1 + (n-1)\overline{t} \rceil = S_1^{(0)}(t_n)$$

 $t=2,3,\dots,n-1$  时,使用拉格朗日插值函数对 线形进行分段内插处理,得:

$$\begin{split} S_{2}^{(0)}\left(t\right) = & S_{1}^{(0)}\left[t_{1} + (t-1)\overline{t}\right] = S_{1}^{(0)}\left(t_{i-1}\right) + \\ & \frac{S_{1}^{(0)}\left(t_{i}\right) - S_{1}^{(0)}\left(t_{i-1}\right)}{t_{i} - t_{i-1}} \left[(i-1)\overline{t} + t_{1} - t_{i-1}\right] \end{split}$$

等时距沉降增量时间序列为:

$$S_{2}^{(0)}(t)|_{t=1,2,3,\cdots,n}$$

这样,非等时距序列转换成了等时距序列。再根据等时距序列求得时间响应函数:

$$\hat{S}_{1}^{(1)}(t_{i}) = \left[S_{1}^{(0)}(t_{1}) - \frac{b}{a}\right] e^{-\left[a(t_{i}-t_{1})\right]/\bar{t}} + \frac{b}{a}$$

$$\hat{S}_{1}^{(0)}(t_{i}) = \hat{S}_{1}^{(1)}(t_{i}) - \hat{S}_{1}^{(1)}(t_{i}-\bar{t})$$

## 2.2 模型的精度检验

常用模型精度检验方法有残差检验法、关联度检验法和后验差检验法。采用后验差检验法对UGM(1,1)模型的预估值进行验证。该方法采用后差分比 C 和小误差概率 P 描述模型精度[见式(1)],精度等级评定标准见表 1。

$$C = \frac{S_2}{S_1}; P = P\{ | \varepsilon(k) - \overline{\varepsilon} | < 0.674 \ 5S_1 \}$$
 (1)

式中: $S_1$ 为实际值的标准差; $S_2$ 为残差的标准差;  $\varepsilon(k)$ 为残差, $\varepsilon(k) = S^{(0)}(k) - \hat{S}^{(0)}(k)$ 。

表 1 模型精度等级评定标准

等级	P	С
等级 1:良好	P≥0.95	<i>C</i> ≤0.35
等级 2:合格	0 <b>.</b> 8≤ <i>P</i> <0 <b>.</b> 95	0.35< <i>C</i> ≤0.5
等级3:勉强	$0.7 \le P < 0.8$	$0.5 < C \le 0.65$
等级 4:不合格	P < 0.7	C > 0.65

根据表 1 及式(1),外推性好的预估,C 值越小, P 值越大,所得沉降数据的离散程度越大,且残差 与残差均值的差值符合要求的点越多,模型预估值 的精度越好。

#### 3 实例分析

为测试 UGM(1,1)模型在路基沉降预测中的可靠性,以该工程 K4+920 断面中线位置沉降点的沉降观测数据为原始对比值。K4+920 断面位于池塘上方,路基结构受到淤泥层的影响。在建造路基之前,先清理表面污泥、填充并压实。路基施工高度 12.6 m,填筑材料为红砂岩。为控制路基施工质量,红砂岩粒径控制在 34 mm。该断面于 2017 年 2月埋设沉降板,强夯加固于 2017 年 9 月结束,沉降观测周期为 17 个月。

### 3.1 现场实测沉降

由于红砂岩碎石土路基是一种典型的渗透性较大的路基,在水的作用下易发生崩解,导致颗粒间的孔隙水加速流失,并且路基在强夯作用下沉降突变现象明显。为消除沉降突变因素对模型精度的影响,在确定基础数据之前适当剔除沉降突变数据。图 1 为 K4+920 断面沉降板的累计沉降。

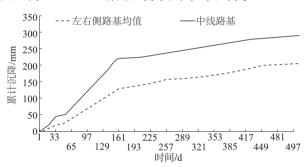


图 1 K4+920 断面累计沉降一时间曲线

由图 1 可知: K4+920 断面作为强夯路基截面, 其累计沉降一时间曲线整体上较曲折,突变现象明显,最高突变量达 50 mm。在原始数据的选择上应 尽量避免沉降突变的时间段。

#### 3.2 精度检验分析

#### 3.2.1 模型建立

选择 K4+920 截面强夯后中央沉降板 186~367 d 的沉降观测数据作为基础建模数据,剔除沉降突变数据后建立 UGM(1,1)预估模型。建模过程如下:1) 计算沉降过程平均时间间隔,得 t=11.53 d; 2) 根据拉格朗日插值定理确定等时间间距的沉降量;3) 根据灰色理论 GM(1,1)模型的最小二乘法计算模型参数,得 a=0.085 8,b=29.737 8;4) 将a、b 参数值和实际沉降观测记录中的时间序列代入时间响应函数,得到该观测点的 UGM(1,1)预估模型[见式(2)]。

 $S(t) = -125.994 \ 4e^{-0.0074(t-186)} + 346.594 \ 4$ 

(2)

#### 3.2.2 模型精度检验

通过后验差检验法对式(2)的精度进行检验,得 C=0.239 5,P=1,该 UGM(1,1)预估模型精度好,不必通过残差模型进行校正。

#### 3.2.3 模型拟合值和实测值对比

将观测点的模型拟合值和实测沉降值进行比较,结果见表 2、图 2、图 3。

表 2 UGM(1,1)模型拟合值和实测沉降值对比

时间/d	实测沉降 值/mm	UGM(1,1)模型 拟合值/mm	UGM(1,1) 模型残差/%	
216	223.1	223.10	0.000	
226	225.6	226.78	-0.514	
236	228.7	229.58	-0.376	
247	230.7	231.37	-0.269	
256	233.5	232.91	0.244	
265	235.0	234.75	0.115	
276	235.9	235.98	-0.042	
285	238.7	237.36	0.570	
297	239.0	238.53	0.188	
308	240.3	239.61	0.295	
318	241.8	240.99	0.327	
330	243.8	242.68	0.472	
343	244.7	243.73	0.401	
356	245.6	245.97	-0.151	
367	247.0	246.99	0.000	
	平均残差	<b>差</b> /%	0.264	

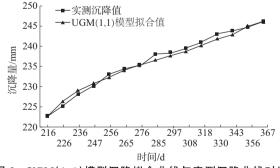


图 2 UGM(1,1)模型沉降拟合曲线与实测沉降曲线对比

由表 2、图 2、图 3 可知: UGM(1,1)模型拟合值和实际沉降值的平均残差为 0.264%,最高残差为 226 d的-0.514%,最低残差为 367 d的零,模型拟合值很贴近实际沉降值。

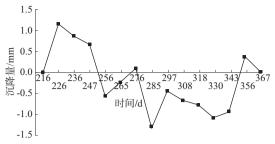


图 3 UGM(1,1)模型拟合误差

#### 3.2.4 模型预估值和实测值对比

利用 UGM(1,1)模型分别预测 391 和 424 d 的 沉降,并与实测沉降进行对比,结果见表 3。

表 3 UGM(1,1)模型预估值与实测沉降值对比

时间 /d	实测沉降 值/mm	UGM(1,1)模型 预估值/mm	预估误差 /%
391	250.5	250.76	-0.088
424	254.3	254.11	0.079

由表 4 可知: UGM(1,1)模型对 391 d 的预估值与实际累计沉降值的误差为-0.088%,424 d 预估值的误差为 0.079%,该模型对红砂岩碎石土强夯路基沉降的预测精度较高。

#### 4 结语

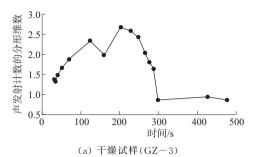
建立非等时距 UGM(1,1)模型对某高速公路 K4+860—K9+960 路段红砂岩碎石土强夯路基沉 降进行预测,得出如下结论:1) UGM(1,1)模型的 拟合曲线和实际沉降曲线拟合程度较高,可利用该模型预测红砂岩碎石土强夯路基的沉降;2) UGM(1,1)模型预测值和实际沉降值的误差很小,对红砂岩碎石土强夯路基沉降的预测精度较高,适用于强 夯路基沉降预测且具有较高的可靠性。但该模型对其他类型路基沉降的应用情况还需进一步研究。

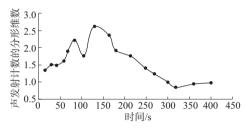
#### 参考文献:

- [1] 潘泽真,唐磊.红砂岩填土的工程应用现状[J].科学技术创新,2018(32).
- [2] 黄兴怀,方玉友,吴志海.强夯法处理某变电站红砂岩填土地基的试验研究[J].探矿工程:岩土钻掘工程,2012,39(3),
- [3] 田晓丽,杜兴无,李天斌,等.非等时距 GM(1,1)灰色模型在路基沉降预测中的应用[J].北方交通,2011(2).
- [4] 姜献东,张苏俊,卢佩霞.灰色系统模型在软土路基沉降预测中的应用「JT.施工技术,2016(5).

(下转第80页)

降→最大值→下降的声发射参数变化模式作为参考依据,若声发射计数分形维数经历上升、突降并达到最大值,则预示试样即将发生动态失稳破坏,应对涉及到砼工程中的建筑进行重点防御和监测,保证作业安全。





(b) 自然状态试样(ZR-2)

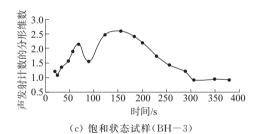


图 3 不同含水率状态砼试样声发射计数的分形 维数与时间的关系

#### 4 结论

(1) 随着含水率的增高,砼弹性模量、单轴抗压强度减小。砼试样的单轴抗压强度,自然状态比干燥状态减小 22.5%,饱和状态比干燥状态减小 42.1%;砼试样的弹性模量,自然状态比饱和状态增加 27.0%,干燥状态比饱和状态增加 78.4%。

#### (上接第71页)

- [5] 刘庆昌,王有志,安俊江,等.马尔科夫残差修正灰色理 论模型在连续梁桥施工监控中的应用[J].中外公路, 2017,37(5).
- [6] 王帅,邹静蓉,雷润杰,等.怀芷高速公路红砂岩路基填料改良试验研究「J7.路基工程,2018(6).
- [7] 孙晓红,莫志兵,李斯洋.非等时距灰色模型在软土路

- (2) 水对砼试样有软化、润滑作用,在裂纹产生过程中,水会削减剪切破坏、裂纹张开的激烈程度。
- (3) 可将砼破裂过程中的声发射计数分形维数的波动上升→突降→最大值→下降的变化模式作为判定工程建筑失稳的参考依据,若分形维数经历上升、突降并达到最大值,则预示该砼试样即将发生破裂失稳。
- (4) 砼破裂过程中的声发射计数具有良好的自相似性,可通过分形维数研究相关问题。

## 参考文献:

- [1] Leonard Obert, Wilbur Duvall, Use of subaudible noises for prediction of rock bursts[R]. United States Department of the Interior-Bureau of Mines, 1941.
- [2] 谢和平.分形一岩石力学导论[M].北京:科学出版 社,1996.
- [3] 冯增朝,赵阳升,文再明.岩体裂隙面数量三维分形分布规律研究[J].岩石力学与工程学报,2005,24(4).
- [4] 谢和平,高峰,周宏伟,等.岩石断裂和破碎的分形研究 [J].防灾减灾工程学报,2003,23(4).
- [5] 夏元友,吝曼卿,廖璐璐,等.大尺寸试件岩爆试验碎屑 分形特征分析[J].岩石力学与工程学报,2014,33(7).
- [6] 王利,高谦.岩石块度的分形演化模型及其应用[J].煤 炭学报,2007,32(11).
- [7] 纪洪广,卢翔.常规三轴压缩下花岗岩声发射特征及其 主破裂前兆信息研究[J].岩石力学与工程学报,2015, 34(4).
- [8] 裴建良,刘建峰,张茹,等.单轴压缩条件下花岗岩声发射事件空间分布的分维特征研究[J].四川大学学报: 工程科学版,2010,42(6).
- [9] 高保彬,李回贵,李化敏,等.含水煤样破裂过程中的声 发射及分形特性研究[J].采矿与安全工程学报,2015, 32(4).
- [10] 吴贤振,刘祥鑫,梁正,等.不同岩石破裂全过程的声发射序列分形特征试验研究[J].岩土力学,2005,33 (12).

收稿日期:2019-09-20

\*

基沉降预测中的应用[J].中外公路,2010,30(5).

- [8] 朱沙.灰色 Verhulst 模型在高速公路路基沉降预测中的应用[J].公路与汽运,2018(3).
- [9] 周俊磊,杨成忠,王景环,等.GM(1,1)预测模型在路基 沉降中的应用[J].华东交通大学学报,2008,25(3).

收稿日期:2019-10-03