

基于 5-SPS 并联机构的锚杆钻机机构运动学研究^{*}刘云龙¹, 罗彪², 黄奇¹, 罗运杰¹, 凌涛¹, 尹来容²

(1. 中铁五局集团第一工程有限责任公司, 湖南长沙 410117; 2. 长沙理工大学汽车与机械工程学院, 湖南长沙 410114)

摘要: 针对边坡锚杆钻机机构存在奇异位形等运动学问题, 以 5-SPS 并联机构为研究对象, 建立位置反解模型进行机构运动学求解。通过 ADAMS 仿真验证, 证明所设计的理论模型与仿真模型正确、合理。计算结果表明, 该机构在运动过程中运行平稳, 机构设计合理, 不存在机构奇异位置, 具有良好的运动学性能。

关键词: 公路; 边坡; 锚杆钻机; 并联机构; 位置反解; 运动学分析

中图分类号: U416.1

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2022)06-0064-04

在当前科学技术高速发展的背景下, 岩土工程中锚固技术应用越来越普遍。王鹏设计了一种四臂锚杆钻车, 主要应用于魏墙煤矿双巷掘进工作面。王威设计了一种用于完成巷道中全部顶板锚杆支护和侧帮锚杆支护的锚杆钻机, 解决了掘锚机组无法一次性完成全部巷道锚杆支护的问题。并联机构具有精度高、累计误差小、承载能力大等特点。Li Y. B. 等提出了一种 5-PSS/UPU 并联机构并对其进行了运动学与动力学求解。柳纪琛等提出了一种两平移—转动(2T1R)并联机构, 并对其进行了运动学分析与工作空间及尺度优化。沈惠平等提出了一种零耦合度、含 1 条冗余支链的三自由度 2T1R 并联机构, 并对该机构进行了运动学与刚度分析。叶伟等提出了一种用于微创手术的新型远中心并联机构, 并对该机构进行了运动学分析与性能优化。本文以 5-SPS 并联机构为研究对象, 建立位置反解模型进行锚杆钻机机构运动学求解。

1 机构运动学分析

1.1 机构系统坐标系的建立

如图 1 所示, 在 5-SPS 直线动平台并联机构的定平台上建立定坐标系 $O-XYZ$ (简称 O 坐标系), 在直线动平台上建立动坐标系 $P-xyz$ (简称 P 坐标系)。定平台上 5 个铰链点中, 第 3 个铰链点 S_{13} 位于 O 坐标系 Y 轴正方向, 其余 4 个铰链点均匀分布在以坐标系原点为圆心、半径为 R 的圆上, 分布角为 72° 。直线动平台上第 1 个铰链点 S_{31} 至第 5 个铰链点 S_{35} 间隔均匀分布在 P 坐标系 x 轴负方向, 分布值为 $b/2$, 第 5 个铰链点 S_{35} 与 $P-xyz$ 坐标系原点的距离为 a 。

链点 S_{35} 间隔均匀分布在 P 坐标系 x 轴负方向, 分布值为 $b/2$, 第 5 个铰链点 S_{35} 与 $P-xyz$ 坐标系原点的距离为 a 。

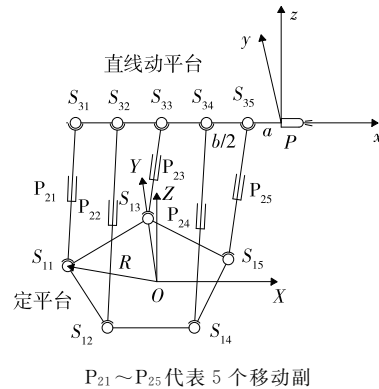


图 1 5-SPS 并联机构系统坐标系

P 坐标系相对于 O 坐标系的旋转矩阵为:

$${}^O R_P = R(y, \beta_1) R(z, \beta_2) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\beta_1 \cos\beta_2 & -\cos\beta_1 \sin\beta_2 & \sin\beta_1 \\ \sin\beta_2 & \cos\beta_2 & 0 \\ -\sin\beta_1 \cos\beta_2 & \sin\beta_1 \sin\beta_2 & \cos\beta_1 \end{bmatrix}$$

(1)

式中: β_1 、 β_2 分别为末端输出沿 Y 方向和 Z 方向转动的旋转角。

1.2 机构位置分析

该机构的逆解可以简单描述为: 已知动平台的空间位置和姿态, 即给定动平台末端输出点 P 的位姿 $(x, y, z, \beta_1, \beta_2)$, 求解该机构的输入量, 即与定平台相连接的该并联机构 5 个驱动杆的位移 L_1 、 L_2 、

^{*} 基金项目: 湖南省教育厅优秀青年项目(20B017)

L_3, L_4, L_5 。机构各铰链点坐标见表 1。

表 1 5-SPS 并联机构铰链点坐标

O 坐标系下定平台球面 副中心点坐标	P 坐标系下动平台球面 副中心点坐标
${}^OS_{11} = [-R\cos\alpha \quad R\sin\alpha \quad 0]^T$	${}^PS_{31} = [-a-4b \quad 0 \quad 0]^T$
${}^OS_{12} = [-R\sin(2\alpha) \quad -R\cos(2\alpha) \quad 0]^T$	${}^PS_{32} = [-a-3b \quad 0 \quad 0]^T$
${}^OS_{13} = [0 \quad R \quad 0]^T$	${}^PS_{33} = [-a-2b \quad 0 \quad 0]^T$
${}^OS_{14} = [R\sin(2\alpha) \quad -R\cos(2\alpha) \quad 0]^T$	${}^PS_{34} = [-a-b \quad 0 \quad 0]^T$
${}^OS_{15} = [R\cos\alpha \quad R\sin\alpha \quad 0]^T$	${}^PS_{35} = [-a \quad 0 \quad 0]^T$

注: α 为定平台中心点与 S_{15} 的连线与定坐标系 X 方向的夹角, $\alpha = 18^\circ$ 。

${}^OS_{3i}$ 在 O 坐标系下的坐标为:

$${}^OS_{3i} = {}^OR_P \times {}^PS_{3i} + P \quad (2)$$

式中: P 为 P 坐标系的原心相对于 O 坐标系的坐标表示, 即输出, $P = [x, y, z]^T$ 。

对于该并联机构的 5 个驱动杆, 其杆长矢量为 ${}^OS_{1i} {}^OS_{3i} (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 。该并联机构的位置约束方程为:

$$L_i = \sqrt{({}^OS_{1i} {}^OS_{3i})^T \times ({}^OS_{1i} {}^OS_{3i})} \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \quad (3)$$

给定该并联机构结构参数 a, b 后, 根据动平台运动规律, 由式(3)可求出该并联机构的位置逆解。

1.3 速度分析

对式(3)两端求导, 建立该并联机构的速度方程, 其矩阵形式为:

$$J_\epsilon \dot{L}_i = J_x \dot{X}_P \quad (4)$$

式中: J_x, J_ϵ 分别为该并联机构正向与逆向雅可比矩阵; \dot{L}_i 为该并联机构 5 个驱动支链的速度; \dot{X}_P 为该并联机构动平台输出点 P 的速度。

J_ϵ, J_x 的形式如下:

$$J_\epsilon = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_5 \end{bmatrix}$$

$$J_x = \begin{bmatrix} -A_1 & -B_1 & -C_1 & M_1 & N_1 \\ -A_2 & -B_2 & -C_2 & M_2 & N_2 \\ -A_3 & -B_3 & -C_3 & M_3 & N_3 \\ -A_4 & -B_4 & -C_4 & M_4 & N_4 \\ -A_5 & -B_5 & -C_5 & M_5 & N_5 \end{bmatrix}$$

式中:

$$\begin{cases} A_1 = \cos\beta_1 \cos\beta_2 (a + 4b) - R\cos\alpha - x \\ B_1 = R\sin\alpha - y + (a + 4b)\sin\beta_2 \\ C_1 = -z - (a + 4b)\sin\beta_1 \cos\beta_2 \\ A_2 = \cos\beta_1 \cos\beta_2 (a + 3b) - R\sin\alpha - x \\ B_2 = -R\cos(2\alpha) - y + (a + 3b)\sin\beta_2 \\ C_2 = -z - (a + 3b)\sin\beta_1 \cos\beta_2 \\ A_3 = \cos\beta_1 \cos\beta_2 (a + 2b) - R - x \\ B_3 = -y + (a + 2b)\sin\beta_2 \\ C_3 = -z - (a + 2b)\sin\beta_1 \cos\beta_2 \\ A_4 = \cos\beta_1 \cos\beta_2 (a + b) + R\sin(2\alpha) - x \\ B_4 = -y - R\cos(2\alpha) + (a + b)\sin\beta_2 \\ C_4 = -z - (a + b)\sin\beta_1 \cos\beta_2 \\ A_5 = a\cos\beta_1 \cos\beta_2 + R\cos\alpha - x \\ B_5 = -y - R\sin\alpha + a\sin\beta_2 \\ C_5 = -z - a\sin\beta_1 \cos\beta_2 \\ M_i = -A_i D_i - C_i E_i \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ N_i = -A_i F_i + B_i G_i + C_i H_i \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ D_i = \sin\beta_1 \cos\beta_2 (5b - 1/2i + a) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ E_i = \cos\beta_1 \cos\beta_2 (5b - 1/2i + a) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ F_i = \cos\beta_1 \sin\beta_2 (5b - 1/2i + a) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ G_i = \cos\beta_2 (5b - 1/2i + a) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ H_i = \sin\beta_2 \sin\beta_1 (5b - 1/2i + a) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \end{cases}$$

由式(4)可得速度方程为:

$$\dot{L}_i = J \dot{X}_P \quad (5)$$

当 $\det(J_\epsilon) \neq 0$ 和 $\det(J_x) \neq 0$ 时, J_ϵ 和 J_x 均为满秩矩阵, 此时 J_ϵ 和 J_x 可逆。

$$J = J_\epsilon^{-1} J_x \quad (6)$$

式中:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} J_{i1} = -A_i/L_i \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ J_{i2} = -B_i/L_i \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ J_{i3} = -C_i/L_i \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \\ J_{i4} = -A_i/L_i \sin\beta_1 \cos\beta_2 (a + jb) - C_i/L_i \cdot \cos\beta_2 \cos\beta_1 (a + jb) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5; j=5-i) \\ J_{i5} = -A_i/L_i \cos\beta_1 \sin\beta_2 (a + jb) + B_i/L_i \cdot \cos\beta_2 (a + jb) + C_i/L_i \sin\beta_2 \sin\beta_1 (a + jb) \quad (i=1, 2, 3, 4, 5; j=5-i) \end{cases}$$

1.4 加速度分析

对式(3)进行二阶求导,得:

$$\ddot{L}_i = \dot{X}_P^T H_i \dot{X}_P + J \ddot{X}_P \quad (7)$$

式中: H_i 为该并联机构的二阶影响系数矩阵,为 Hessian 矩阵,是一个 5 层 5 行 5 列的五维立体矩阵,自上而下共分为 5 层,其中每个元素均为 1×5 的矩阵; J 为雅克比矩阵。

2 运动学分析算例

取中间分布值 $b/2$ 为 162 mm, a 为 200 mm, 定平台外接圆半径 R 为 340 mm。设定机构动平台初始位置为 $P = (545, -134, 920)^T$, 驱动函数为:

$$\begin{cases} x = 545 + 5t \\ y = -134 + 10t \\ z = 920 + 5t \\ \beta_1 = (\pi/90) \sin t \\ \beta_2 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中: t 为时间变量,其取值范围为 $0 \sim 10$ s。

利用 MATLAB 编程,绘制各驱动副位置、速度及加速度曲线(见图 2~4)。

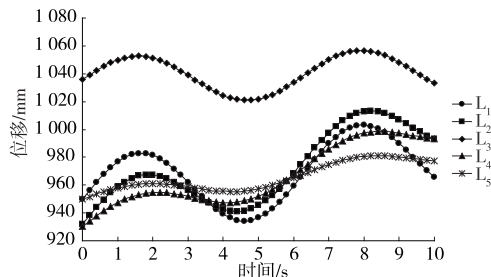


图 2 驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的位移变化曲线

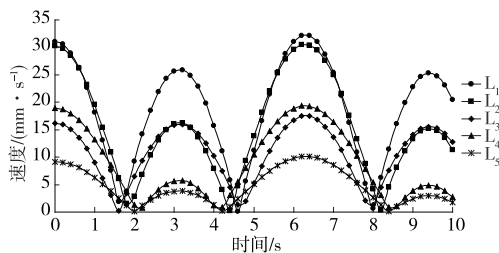


图 3 驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的速度变化曲线

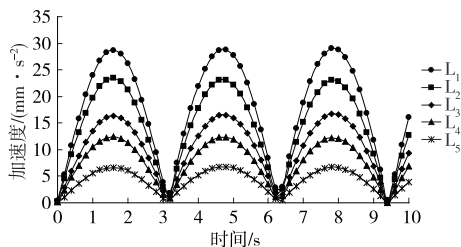


图 4 驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的加速度变化曲线

通过 ADAMS 软件对该并联机构进行运动学仿真,设定其运动驱动函数为:

$$\begin{cases} Tra(x) = 5 \times \sin t \\ Tra(y) = 10t \\ Tra(z) = 5t \\ Rot(y) = 2d \sin t \end{cases} \quad (9)$$

式中: d 为每秒转的角度。

设置仿真时间为 10 s,步数为 200,在后处理中生成驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的位置、速度及加速度曲线(见图 5~7)。

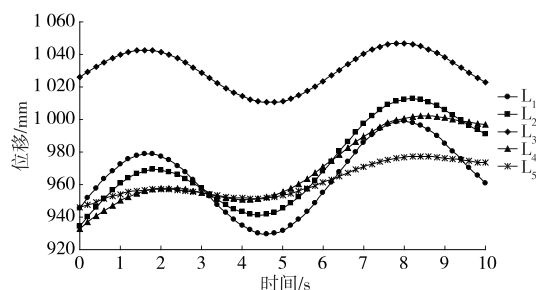


图 5 驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的位移仿真曲线

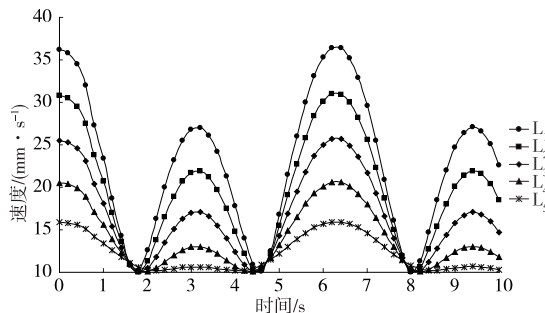


图 6 驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的速度仿真曲线

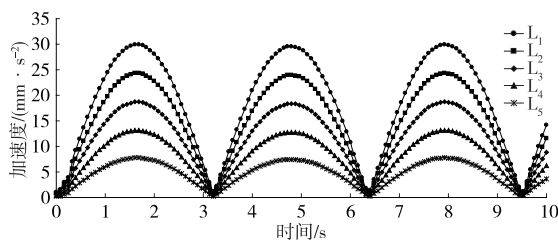


图 7 驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的加速度仿真曲线

对比图 2~4 和图 5~7,仿真分析结果与理论计算结果一致。根据上述逆向仿真结果,得到该并联机构运动曲线呈有规律的周期性变化,驱动副 $L_1 \sim L_5$ 的运动变化平稳,该并联机构具有良好的逆向运动特点。

3 机构奇异性分析

3.1 逆解奇异

矩阵 J_e 奇异而矩阵 J_x 非奇异,此时矩阵 J_e 行

列式为零,矩阵 J_x 行列式不为零,并联机构的自由度增多,驱动机构没有输入,但动平台仍能运动,导致运动失控,此类奇异称为逆解奇异。

求解矩阵 J_ϵ 行列式为零需满足的条件为 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 L_5 的乘积为零,即矩阵对角线上的 5 个元素中至少需满足其中一个为零。当 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 L_5 中任一个为零时, J_ϵ 行列式为零。

对于杆长 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 L_5 ,考虑并联机构的运动特性,由于伸缩杆的长度不可能为零,矩阵 J_ϵ 和 J_x 行列式均不为零,不存在逆解奇异。

3.2 正解奇异

矩阵 J_x 奇异而矩阵 J_ϵ 非奇异,此时矩阵 J_ϵ 行列式不为零,矩阵 J_x 行列式为零,并联机构的自由度减少,机构丧失某种功能,此类奇异称为正解奇异。在 MATLAB 中编程,得出矩阵 J_x 的行列式分布(见图 8)。

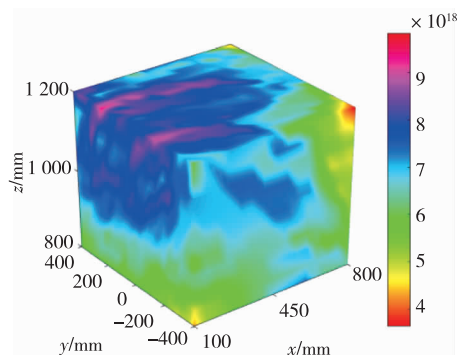


图 8 J_x 行列式分布

从图 8 可以看出: J_x 的行列式分布并没有一个从零过渡的区间,不存在行列式为零的情况, J_x 各行各列都不线性相关,矩阵 J_x 行列式不为零,并联机构不存在正解奇异。

3.3 混合奇异

矩阵 J_ϵ 、 J_x 奇异,此时矩阵 J_ϵ 和 J_x 行列式均

为零,此为混合奇异。综合以上分析,该并联机构不存在混合奇异。

4 结论

本文利用空间位置矢量法构建 5-SPS 并联机构的运动学逆解模型,通过 ADAMS 仿真验证,所设计的理论模型与仿真模型正确、合理,该并联机构动平台加速度变化较平稳,具有较好的运动学性能。求解该并联机构的速度雅可比矩阵,并利用该矩阵对机构奇异性进行分析,结果表明该机构不存在正解奇异、逆解奇异与混合奇异。

参考文献:

- [1] 王鹏.双巷掘进工作面快速支护锚杆钻车的研制与应用[J].煤矿机械,2021,42(7):170—171.
- [2] 王威.十臂锚杆钻车的研制与应用[J].煤矿机电,2021,42(2):21—23.
- [3] ZHAO G H, WANG D, LIU L B, et al. Positioning error compensation for parallel mechanism with two kinematic calibration methods[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(9): 2472—2489.
- [4] LI Y B, ZHENG H, CHEN B, et al. Dynamic modeling and analysis of 5-PSS/UPU parallel mechanism with elastically active branched chains[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020, 33(1): 44—55.
- [5] 柳纪琛,吴孟丽,王明曦,等.一种 2T1R 并联机构的运动学分析及尺度优化[J].机械设计,2020,37(12):71—81.
- [6] 沈惠平,朱忠顺,孟庆梅,等.零耦合度空间 2T1R 并联机构运动学与刚度建模分析[J].农业机械学报,2020,51(10):411—420.
- [7] 叶伟,谢镇涛,李秦川.一种可用于微创手术的并联机构运动学分析与性能优化[J].机械工程学报,2020,56(19):103—112.

收稿日期:2022—01—13

(上接第 63 页)

- 验研究[J].公路交通科技,2014,31(4):1—6+15.
- [10] 刘祖德,王园.膨胀土浸水三向变形研究[J].武汉水利电力大学学报,1994,1(6):616—621.
 - [11] AVSAR E, ULUSAY R, SONMEZ H. Assessments of swelling anisotropy of Ankara clay[J]. Engineering Geology, 2009, 105(1—2): 24—31.
 - [12] 张锐,刘正楠,郑健龙,等.膨胀土侧向膨胀力及其对重力式挡墙的作用[J].中国公路学报,2018,31(2): 171—180.

- [13] 张颖钧.三向胀缩特性仪的研制[J].路基工程,1990(5):53—58.
- [14] 谢云,陈正汉,孙树国,等.重塑膨胀土的三向膨胀力试验研究[J].岩土力学,2007,28(8):1636—1642.
- [15] 秦冰,陈正汉,刘月妙,等.高庙子膨润土 GMZ001 三向膨胀力特性研究[J].岩土工程学报,2009,31(5):756—763.
- [16] 池泽成,陈善雄,周哲,等.合肥重塑膨胀土三向膨胀力试验研究[J].岩土力学,2017,38(增刊 1):381—386.

收稿日期:2021—11—19