DOI:10.20035/j.issn.1671-2668.2023.02.025

基于多源数据加权马氏距离的结构损伤识别研究*

曹旭东^{1,2},林颀栋³,陈闯²,王银辉²

 (1.重庆交通大学 土木工程学院,重庆 400074;2.浙大宁波理工学院 土木建筑工程学院, 浙江 宁波 315100;3.宁波市交通建设工程试验检测中心有限公司,浙江 宁波 315124)

摘要:利用结构多源数据进行桥梁损伤识别可获得更多的损伤信息和更高的识别精度。文中 提出一种基于多源数据加权马氏距离的结构损伤识别方法,先对不同类型测量数据进行施密特正 交,构造参考样本和待测样本;再利用不同类型数据损伤前后相对能量变化率构造权值矩阵,通过 加权马氏距离对结构损伤进行识别。结果表明,损伤前后相对能量变化率可反映马氏距离对损伤 的敏感程度,加权马氏距离对结构损伤具有更高的敏感度,利用经验模态分解的本征模态函数作 为样本计算的加权马氏距离对损伤的识别效果更好。

关键词:桥梁;结构损伤;简支梁;多源数据;加权马氏距离;损伤敏感度;经验模态分解
 中图分类号:U447
 文献标志码:A
 文章编号:1671-2668(2023)02-0109-06

桥梁结构健康监测通过多种类型动、静态参量 评估结构损伤状况,利用多源数据融合方法可获得 更好的结构损伤识别精度^[1-2]。马氏距离能有效对 比结构损伤前后样本差异^[3],同时利用马氏距离的 尺寸无关性(即不同量纲数据进行归一化处理)可将 多种类型数据融合构造损伤识别向量。但传统马氏 距离不区分样本各类型数据的重要程度,导致某些 类型数据的作用被夸大。在将不同类型结构数据融 合构造样本进行马氏距离对比时,需先确定样本中 各类数据的权重^[4]。王晋等利用主成分加权马氏距 离对深部硬岩进行了岩爆等级判别^[5]。吕文晓提出 加权后协方差计算公式,并通过工程实例进行了验 证^[6]。丁涛等利用分布均匀度确定权值,并通过零 件变形量检测进行了验证^[7]。

为获取结构监测数据在各频段上损伤信息以丰 富损伤识别基础数据,通过经验模态分解、傅里叶变 换等获得结构频域内的损伤信息。经验模态分解得 到的本征模态函数(IMF)中包含了大量损伤信 息^[8]。Amarnath M.等提取 IMF 中的损伤特征,实 现了齿轮局部故障的有效识别^[9-10]。陈闯等利用 IMF 构造马氏距离累积量 D_{MDC},结合概率密度函 数判断结构是否发生损伤^[11-12]。本文提出一种基 于加权马氏距离的结构损伤识别方法,结构多源数 据经过施密特正交后构造参考样本和待测样本,以 样本损伤后相对能量变化率作为确定样本各参量加 权权重的依据,通过参考样本和待测样本加权马氏 距离对比判断结构是否发生损伤,并利用简支梁模 型的多源数据对该方法的损伤识别效果进行验证。

1 基本原理

1.1 经验模态分解

经验模态分解可用于分析非线性、非平稳信号^[13],可将原始信号 *x* 分解为*i* 阶 IMF 与残差项 *r* 之和:

$$x = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{IMF}_i + r \tag{1}$$

步骤如下:1) 对原始数据极大值点和极小值点 进行 3 次样条插值拟合;2) 求解拟合曲线的平均值 *M*₁;3) 计算包络线和平均值的差值,若极值点个数 与过零点个数相等或最多只相差 1 或任意一点处上 下包络线的均值为零,则可得到第一阶 IMF,如不 满足则重复上述筛选过程;4) 去掉原始数据中已筛 选出的 IMF 后重复上述计算过程。

1.2 基于能量变化率的加权马氏距离

在无损状态下可利用结构监测数据构建参考样本,并将后续监测数据构建为待测样本。通过分析 参考样本和待测样本之间马氏距离的变化判断结构 是否发生损伤^[14]。马氏距离表示为:

$$\sqrt{D_{\rm MD}} = \sqrt{(x-\mu)^{\rm T} \sum^{-1} (x-\mu)}$$
 (2)

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51908497)

式中: $\sqrt{D_{\text{MD}}}$ 为参考样本和待测样本的马氏距离; x 为原始信号中的元素; μ 为参考样本的均值估计; \sum 为参考样本的协方差估计。

为区分结构各类型数据在损伤判别中的作用, 对各种类型数据的权值进行分析。加入权重矩阵后 的加权马氏距离表示为:

$$\sqrt{D_{\rm MD}} = \sqrt{(x-\mu)^{\rm T} W \sum^{-1} W (x-\mu)} \quad (3)$$

式中:W为对角矩阵,其表达式见式(4)。

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{w}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{w}_m \end{bmatrix}$$
(4)

式中:m 为数据类型的数量。

振动信号的能量是指信号幅值绝对值的平方和^[15],计算方法如下:

$$E = \sum_{i=1}^{N} |x_i|^2$$
 (5)

式中:E 为振动信号的能量值;x_i为 i 时刻的振幅。

根据结构各类型数据在损伤前后的相对能量变 化率 α 计算各类型数据的权重,计算公式为:

$$\alpha_m = \frac{E'_m - E_m}{E_m} \tag{6}$$

式中: α_m 为各类型数据(如位移、应变、加速度)的相 对能量变化率; E'_m 为损伤后的信号能量; E_m 为无 损伤时的信号能量。

相对能量变化率高的数据类型,在结构损伤后 能量变化幅度更大,相较于其他数据类型对损伤具 有更好的敏感度。不同类型数据的权值为:

$$w_m = \frac{\alpha_m \cdot m}{\sum \alpha_m} \tag{7}$$

1.3 多源数据损伤识别方法

1.3.1 损伤识别向量

可通过对原始数据分段计算马氏距离累积量 D_{MDC}实现微损伤识别^[16],计算公式如下:

$$D_{\text{MDC}} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^{\mathrm{T}} \sum^{-1} (x_i - \mu)$$
(8)

式中:x_i为结构待测样本的元素;n为样本长度。

加权马氏距离累积量表示为:

$$\boldsymbol{D}_{k} = \begin{bmatrix} D_{\text{MDC1}} \\ D_{\text{MDC2}} \\ \vdots \\ D_{\text{MDCk}} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{j} (x_{i} - \mu)^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \sum^{-1} \mathbf{W}^{\mathrm{T}} (x_{i} - \mu) \\ \sum_{i=j+1}^{2j} (x_{i} - \mu)^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \sum^{-1} \mathbf{W}^{\mathrm{T}} (x_{i} - \mu) \\ \vdots \\ \sum_{i=(k-1)j+1}^{k \times j} (x_{i} - \mu)^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \sum^{-1} \mathbf{W}^{\mathrm{T}} (x_{i} - \mu) \end{bmatrix}$$
(9)

式中:j 表示将样本 x_i 分成k个数据长度为j的区间,样本数据长度 $n=k \times j$ 。

采用 D_{MDC} 平均值的变化 Δp 描述损伤前后 D_{MDC} 的变化程度:

$$\Delta p = p' - p \tag{10}$$

式中:p'为损伤状态下 D_{MDC} 的均值;p为健康状态下 D_{MDC} 的均值。

1.3.2 多源数据的正交化

利用多源数据构造的样本,各类型数据不一定 正交,变量之间的相关性将导致直接使用原始数据 *x* 计算的马氏距离出现负值,需对样本进行正交化 处理。文献[17]认为施密特正交后样本的马氏距离 保持不变。原始数据 *x* 经过施密特正交后的马氏 距离表示为:

$$D_{\rm MDi} = \frac{u_{1i}^2}{\sigma_{\rm SD1}^2} + \frac{u_{2i}^2}{\sigma_{\rm SD2}^2} + \dots + \frac{u_{mi}^2}{\sigma_{\rm SDm}^2}$$
(11)

式中:u_{mi}为第m个指标正交化后的第i个元素值; σ_{SDm}为第m个指标正交化后的标准差。

1.3.3 损伤识别流程

如图 1 所示,损伤识别流程为采用施密特正交对 各类型数据进行正交化,根据损伤前后数据的相对能 量变化构造参考样本和待测样本,并根据正交前信号 的能量变化率计算权重矩阵,通过加权马氏距离累积 量均值变化 Δ*p* 评断损伤敏感度的提升效果。



图 1 加权 D_{MDC} 损伤识别流程

2023年第2期

2 数值模拟算例

2.1 有限元模型

通过有限元分析软件 ANSYS 建立跨径为 10 m 的简支梁模型,采用 Beam188 单元模拟主梁, 共 25 个单元,每个单元长度为 0.4 m。截面参数见 表 1,单元和节点编号见图 2。

在节点11、节点13和节点16处分别施加F=

表 1 简支梁有限元模型参数

参数名称	参数值	参数名称	参数值
高度/m	0.6	弹性模量/GPa	2.06
宽度/m	0.3	密度/(kg•m ⁻³)	7.85×10^{3}
惯性矩 I_{zz}/m^4	1.35×10^{-3}	泊松比	0.3
惯性矩 I _{yy} /m ⁴	$5.40 imes 10^{-3}$		







由图 3 可知:随着损伤程度的增加,不同类型数 据的能量均增大。

由图 4 可知:各类数据相对能量变化率的变化 大小依次为加速度、位移、应变,加速度对损伤的敏 感程度最高。

根据各类数据相对能量变化率构造损伤 10% 和损伤 20%工况下权重矩阵 *W*_{10%} 和 *W*_{20%},将不同 类型的相对能量变化率代入式(7),得:



图 2 简支梁有限元模型(单位:cm)

 $100 \times \sin(2t)$ 、 $F = 10 \times \sin(3t)$ 、 $F = 100 \times \sin(5t)$ 的 正弦力荷载,荷载激励时长为 0.1 s,激励持续时间 为 500 s。分别模拟 9 号单元刚度降低 10%和 20% 2 种损伤工况,提取损伤前后的加速度、位移和应变 数据。

2.2 权重矩阵构造

2.2.1 原始数据权重矩阵构造

计算简支梁损伤前后3号节点的加速度、位移 和应变数据能量,结果见图3。损伤前后相对能量 变化率见图4。





	1.394 8	0.000 0	0.000 0	
$W_{10\%} =$	0.000 0	1.113 4	0.000 0	(12)
	0.000 0	0.000 0	0.491 8	
	[1.411 7	0.000 0	0.000 0]	
$W_{20\%} =$	0.000 0	1.063 7	0.000 0	(13)
	0.000 0	0.000 0	0.518 4	

2.2.2 本征模态函数的权重矩阵构造

将各类型数据进行经验模态分解,分别提取前 三阶 IMF,根据损伤前后 IMF 相对能量变化率构造 权重矩阵(见表 2)。

由表 2 可知:在 IMF₁ 中加速度分量对损伤更 敏感;由于各指标的 IMF₂ 的相对能量变化率较接 近,各分量的敏感度较接近,IMF₂ 的权重都接近于 1;在 IMF₃ 中,10%工况下加速度分量的权重最大, 随着损伤程度的增加,应变转移的能量逐渐增加,使 20%工况下应变分量的敏感度最大,权重最大。

2.3 加权马氏距离损伤识别

以3号节点为研究对象,利用加速度、位移和应

IME	不同损伤工况下的权重矩阵					
	10%损伤	20%损伤				
IMF_1	$\boldsymbol{W}_{10\%} = \begin{bmatrix} 1.361 \ 9 & 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 1.084 \ 5 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 & 0.553 \ 6 \end{bmatrix}$	$\boldsymbol{W}_{20\%} = \begin{bmatrix} 1.369 \ 5 & 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 1.049 \ 6 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 & 0.581 \ 0 \end{bmatrix}$				
IMF_2	$\boldsymbol{W}_{10\%} = \begin{bmatrix} 0.932 \ 4 & 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 1.063 \ 3 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 & 1.004 \ 3 \end{bmatrix}$	$\boldsymbol{W}_{20\%} = \begin{bmatrix} 0.900 \ 1 & 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 1.076 \ 4 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 & 1.023 \ 5 \end{bmatrix}$				
IMF_3	$\boldsymbol{W}_{10\%} = \begin{bmatrix} 1.379 \ 7 & 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.656 \ 1 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 & 0.964 \ 2 \end{bmatrix}$	$\boldsymbol{W}_{20\%} = \begin{bmatrix} 0.939 \ 8 & 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.979 \ 9 & 0.000 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & 0.000 \ 0 & 1.080 \ 3 \end{bmatrix}$				

表 2 IMF 损伤前后的权重矩阵

变的原数据和 IMF 分别构造损伤识别向量, 取 j = 100, 损伤前后的 D_{MDC} 值和加权 D_{MDC} 值变化对比见 图 5, 原信号和前三阶 IMF 在损伤前后的加权 D_{MDC}

值变化见图 6,各类型原数据和 IMF 的相对能量变 化率见图 7。

由图 5、图6可知:加权马氏距离累积量的Δp



图 5 损伤前后 D_{MDC} 值和加权 D_{MDC} 值



图 7 不同损伤工况下各指标相对能量变化率 α

相较于未加权马氏距离累积量的 Δp 有一定程度增加,说明加权方法能进一步提升对损伤的敏感程度。

由图 7 可知: IMF₂ 的损伤能量变化率最大, 随着损伤程度的加大, 各类型数据的相对能量变化率都不同程度增加。结合图 6, 相对能量变化率越大, D_{MDC} 值的变化 Δp 越大, 可用相对能量变化率来描述各类型数据对损伤的敏感程度。

3 结论

本文提出一种基于多源数据加权马氏距离的桥梁结构损伤识别方法,先将各类型数据进行施密特 正交,根据损伤前后数据能量变化构造参考样本和 待测样本,再利用各类型数据损伤前后相对能量变 化率构造权重矩阵,利用加权马氏距离累积量进行 损伤识别。主要结论如下:

(1)利用多源数据损伤前后的能量变化构造权 重矩阵,可使加权马氏距离累积量对损伤具有更高 的敏感程度。

(2)通过经验模态分解后相对能量变化率高的 IMF 构造损伤识别向量,可进一步提升加权马氏距 离累积量对损伤的敏感度。 (3)损伤前后马氏距离累积量和相对能量变化 率变化一致,即可用数据的相对能量变化率描述马 氏距离累积量对损伤的敏感程度。

参考文献:

- [1] 焦莉,张海,伊廷华,等.一种基于数据融合的结构损伤 识别方法[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版),2010, 26(6):1101-1105.
- [2] 孙诗裕,俞阿龙,赵磊,等.数据融合与遗传算法在桥梁 损伤辨识中的应用[J].传感器与微系统,2016,35(9): 152-155+160.
- [3] PINES D, SALVINO L. Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the Hilbert phase [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(1/2):97-124.
- [4] 杨运宝,黄铭,李丹,等.海堤安全监测的马氏距离判别 方法[J].水利科技与经济,2013,19(3):109-113.
- [5] 王晋,李夕兵,杨金林、深部硬岩岩爆评判的加权马氏 距离判别法[J].采矿与安全工程学报,2011,28(3): 395-400.
- [6] 吕文晓.钢筋混凝土施工质量评价的加权距离判别模型及应用[J].混凝土,2011(8):37-38+41.

- [7] 丁涛,丁浩,朱世根,加权距离判别分析及其在模式 识别中的应用[J].组合机床与自动化加工技术, 2013(8):51-54.
- [8] YANG J N, LEI Y, LIN S, et al. Hilbert-Huang based approach for structural damage detection[J].Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(1):85-95.
- [9] AMARNATH M, KRISHNA I R P. Empirical mode decomposition of acoustic signals for diagnosis of faults in gears and rolling element bearings[J].IET Science, Measurement & Technology, 2012, 6(4): 279-287.
- [10] AMARNATH M, KRISHNA I R P. Local fault detection in helical gears via vibration and acoustic signals using EMD based statistical parameter analysis [J]. Measurement, 2014, 58:154-164.
- 「11〕 陈闯,俞鹏,王银辉.基于马氏距离累积量和 EMD 的 结构损伤识别两步法[J].振动与冲击,2019,38(13): 142-150.
- [12] CHEN C, WANG Y, WANG T, et al. A mahalanobis distance cumulant-based structural damage identification method with IMFs and fitting residual of SHM

(上接第105页)

参考文献:

- [1] 任涵.山区悬索桥缆索吊装关键技术研究[D].重庆:重 庆交通大学,2016.
- [2] 刘邦,刘建,柯红军.大跨度悬索桥钢箱梁吊装施工技 术分析[J].公路与汽运,2021(6):127-130+136.
- [3] 李春贤.移动主索缆索吊机架设拱桥施工技术[J].铁道 建筑技术,2005(6):28-30.
- [4] 王晓璐.斜靠式钢管混凝土拱桥拱肋吊装分析及施工 稳定性研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.
- [5] 邓雪涛,曾德荣,周燕其.大跨度拱桥缆索吊装系统的

(上接第108页)

- [2] 陈业丰,陈得良.碳纤维布加固具多裂纹 RC 梁振动分 析[J].公路与汽运,2022(1):124-127.
- [3] 冯海龙.在役预应力混凝土空心板梁桥病害处置对策 及加固效果试验研究[D].北京:中国铁道科学研究 院,2015.
- [4] 吕哲.既有空心板桥健康评价及钢板加固研究[D].长 沙:长沙理工大学,2017.
- [5] 高勇.某预应力混凝土简支空心板桥加固性能试验研 究[J].佛山科学技术学院学报(自然科学版),2020, 38(1):48-54.

measurements [J]. Mathematical Problems in Engineering,2020(21):1-17.

- [13] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971):903-995.
- [14] MAHALANOBIS P C.On the generalised distance in statistics[J]. Proceedings of the National Institute of Sciences of India, 1936(2):49-55.
- [15] 王晓龙,王晓浩,邢宗义.基于 EMD 广义能量的列车 车轮故障诊断技术[J].铁道标准设计,2017,61(1): 133-138.
- 「16〕 陈闯.基于监测数据的大跨径 PC 连续梁桥状态评 估[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.
- 「17〕 韩亚娟.基于马氏田口的多元系统稳健性优化与诊断 分析研究[D].天津:天津大学,2007.

收稿日期:2022-02-12

稳定性有限元分析[J].重庆交通大学学报(自然科学 版),2007,26(增刊):3-7.

- [6] 陈富强.大跨径悬索桥缆索吊装系统的设计与施工研 究[D].西安:长安大学,2007.
- 「7] 张朝阳.钢管混凝土拱桥施工过程仿真分析及控制研 究[D].成都:西南交通大学,2009.
- [8] 张晨星,田仲初.悬索桥钢箱梁吊装阶段主缆索力计算 方法[J].交通科学与工程,2021,37(3):91-97.
- [9] 郭吉平.北盘江大桥缆吊系统及钢桁梁安装关键技 术[J].世界桥梁,2011(6):22-25.

收稿日期:2022-05-25

- [6] 宋泽冈,邓旭东,殷继华.空心板梁桥加固前后受力性 能对比试验研究[J].公路,2020,65(9):84-89.
- [7] 项贻强,邢骋,邵林海,等.横向加固空心板梁桥荷载横 向分布计算方法与试验研究[J].中国公路学报,2013, 26(2):63-68+76.
- [8] 叶李斌,张镔锋.加固后现浇钢筋混凝土楼板静载试 验分析[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2021, $18(3) \cdot 32 - 37$.
- [9] 长安大学.公路桥梁荷载试验规程:JTG/T J21-01-2015[S].北京:人民交通出版社股份有限公司,2015.

收稿日期:2022-01-20