

# 大跨度悬索桥锚跨索股张力计算分析\*

余祁平<sup>1</sup>, 潘权<sup>1</sup>, 杨胜江<sup>2</sup>, 许红胜<sup>1</sup>

(1.长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114; 2.贵州交通建设集团有限公司, 贵州 贵阳 550001)

**摘要:** 在考虑铰接边界和索股抗弯刚度的基础上, 采用解析法推导主缆锚跨索股张力计算公式, 分析抗弯刚度组合系数和钢丝黏结程度对索股张力计算精度的影响。结果表明, 在一定范围内, 索股张力计算值与实际索股张力的相对误差与抗弯刚度组合系数成正比; 钢丝黏结程度处于单根黏结和整体黏结之间, 以整体黏结对应的参数确定的索股张力与实际索股张力的相对误差满足精度要求, 可用于实际工程施工监控。

**关键词:** 桥梁; 大跨度悬索桥; 索股张力; 钢丝黏结; 计算精度

中图分类号: U441.5

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2023)03-0098-04

在大跨度悬索桥施工中, 主缆锚跨索股张力可反映索股的受力状态, 其测算精度对主缆应力水平和线形把控尤为重要。索股张力测试方法主要有压力传感器测试法、应变计测试法及弦振法等, 其中弦振法操作简便、成本低廉、精度较高, 是目前大跨度悬索桥锚跨索股张力测试的主要方法之一。采用弦振法测试索股张力时, 其精度主要受索股两端边界条件、抗弯刚度、频率阶次、倾斜程度及自质量垂度等影响<sup>[1-5]</sup>。现有关于索股抗弯刚度的研究中, 只是简单地设定抗弯刚度组合系数的区间范围, 并以钢丝整体黏结对应的抗弯刚度进行计算<sup>[6]</sup>。而实际索股中钢丝的黏结程度未知, 会对计算精度产生何种影响还有待分析。本文借助通用有限元软件 ANSYS 建立仿真模型, 扩大抗弯刚度组合系数的区间范围进行仿真分析, 同时通过控制抗弯刚度来等效钢丝黏结程度, 分析仿真结果与实际施加张力之间的误差, 为考虑抗弯刚度条件下大跨度悬索桥锚跨索股张力计算提供参考。

## 1 理论分析

在一般情况下, 锚跨索股可认为是弦结构。但由于索股材料的特殊性, 索股并不是完全纯受拉的索结构, 而是和梁结构一样具有一定的抗弯刚度。取一根长度为  $l$  的索股, 其整体净截面抗弯刚度为  $EI$  ( $E$  为弹性模量,  $I$  为截面惯性矩), 总质量为  $M$ , 且沿索长均匀分布。从中任意选取一微元段  $dx$  (见

图 1), 两端索股张力分别为  $T_1$  和  $T_2$  (见图 2)。

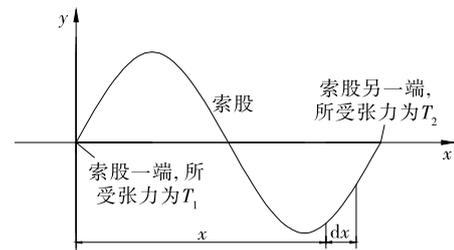


图 1 索股受力振动简图

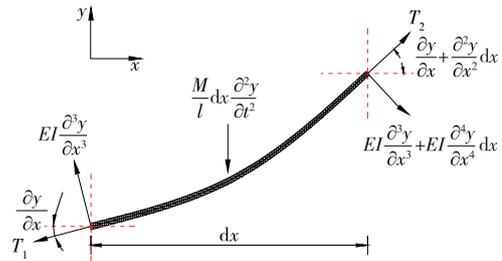


图 2 考虑抗弯刚度后微元段振动受力简图

依据图 2 建立  $y$  方向受力平衡方程如下:

$$T_1 \sin\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) + \frac{M}{l} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \cdot \left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx\right) \cdot \cos\left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx\right) = T_2 \sin\left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx\right) + EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \cdot \cos\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) \quad (1)$$

假定索股进行的是微小振动变形, 则

$\sin(x) \approx x, \cos(x) \approx 1$ , 同时微元段两端的索股张力近似相等, 即  $T_1 = T_2 = T$ , 式(1)可简化为:

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52278139)

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{M \partial^2 y}{l \partial t^2} = 0 \quad (2)$$

假定  $y$  是关于  $x$  和  $t$  的函数,即:

$$y = \delta(x) \cdot \beta(t) \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)并简化,得:

$$EI \frac{\delta^{(4)}(x)}{\delta(x)} - T \frac{\delta^{(2)}(x)}{\delta(x)} + M \frac{\beta^{(2)}(t)}{\beta(t)} = 0 \quad (4)$$

式(4)中  $EI$ 、 $T$  和  $M$  均不为零,则必定存在:

$$EI \frac{\delta^{(4)}(x)}{\delta(x)} - T \frac{\delta^{(2)}(x)}{\delta(x)} = -M \frac{\beta^{(2)}(t)}{\beta(t)} = C \quad (5)$$

式中: $C$  为任意常数。

依据式(5)可建立如下方程组:

$$\begin{cases} EI \cdot \delta^{(4)}(x) - T \cdot \delta^{(2)}(x) - C \cdot \delta(x) = 0 \\ C \cdot \beta(t) + M \cdot \beta^{(2)}(t) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

求解式(6),得:

$$\begin{cases} \delta(x) = A_1 \sin(ax) + A_2 \cos(ax) + \\ \quad A_3 \sinh(bx) + A_4 \cosh(bx) \\ \beta(t) = B_1 \cos(ct) + B_2 \sin(ct) \end{cases} \quad (7)$$

式中: $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ 、 $B_1$ 、 $B_2$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  均为设定参数,可由边界条件和初始条件求得。

根据铰接边界条件,得到频率法下索股张力计算公式:

$$T = 4mf_n^2 l^2 / n^2 - EI n^2 \pi^2 / l^2 \quad (8)$$

式中: $T$  为索股张力(kN); $m$  为索股单位长度质量(g/m); $f_n$  为第  $n$  阶频率(Hz); $n$  为阶次。

设定参数  $D$  为抗弯刚度组合系数,定义:

$$D = EI \pi^2 / l^2 \quad (9)$$

## 2 模型分析

考虑索股抗弯刚度进行大跨度悬索桥锚跨索股张力计算时,通常是在抗弯刚度组合系数的范围内取低阶频率来降低抗弯刚度的影响,对于范围之外的系数所引起的规律特征未知。同时由于索股中钢丝的黏结程度未知,会对计算中抗弯刚度的选取产生影响,最终引起计算误差。相关规范要求计算误差不大于 3%。为研究抗弯刚度组合系数和钢丝黏结程度对索股张力计算精度的影响,采用有限元软件 ANSYS 建立分析模型。索股两端边界条件为铰接,索股材料弹性模量为  $2 \times 10^5$  MPa,体积密度为  $7.85 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>。索股由 128 根直径为 5.2 mm 的钢丝组合而成,其整体截面净面积为  $2.718 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>。索股长度和索股张力为变量,可根据研究需要进行调整。

### 2.1 抗弯刚度组合系数 $D$ 对索股张力计算精度的影响

根据文献[1],抗弯刚度组合系数  $D$  的取值范围一般为 1.5~4。当  $D$  值不局限于该范围时,由式(8)计算所得索股张力的精度是否满足要求有待进一步分析。为此,将  $D$  的取值范围扩大,研究其变化对索股张力计算精度的影响。

选定整体截面的抗弯刚度参数,以索股长度为变量建立仿真模型。模型 1:索股长度为 15 m, $D = 5.365$ 。模型 2:索股长度为 20 m, $D = 3.018$ 。模型 3:索股长度为 25 m, $D = 1.931$ 。模型 4:索股长度为 35 m, $D = 0.985$ 。模型 5:索股长度为 45 m, $D = 0.596$ 。从有限元分析结果中提取频率计算结果,并将其代入式(8),计算得到索股的计算张力,对比分析计算张力与设定张力之间的相对误差。模型 2 的频率计算结果见图 3,模型张力计算值与设定值的相对误差见图 4、图 5。

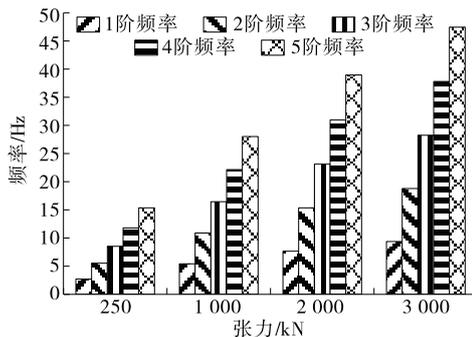


图 3 不同设定张力下模型 2 的频率计算结果

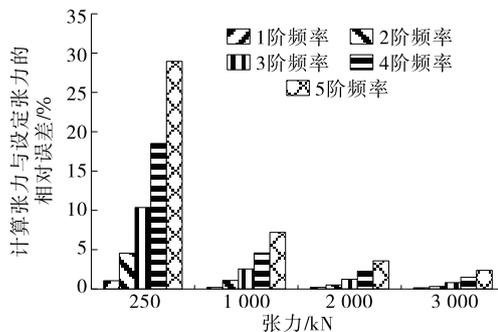


图 4 不同设定张力下模型 2 计算张力的相对误差

由图 3 可知:设定张力越大,模型分析所得频率越大,两者成正相关。

由图 4 可知:同阶频率条件下,设定张力越大,设定张力与通过式(8)计算所得张力之间的相对误差越小,两者成负相关;频率阶次越低,相对误差越小,1 阶频率下相对误差在不同设定张力下均能满

足精度要求。

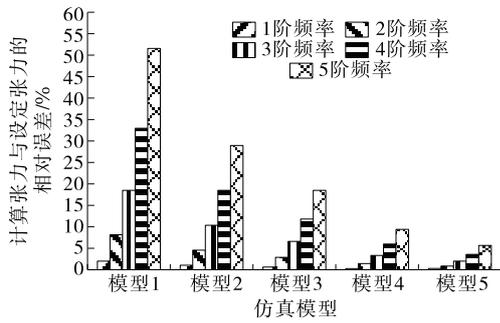


图5 250 kN 张力下不同模型计算张力的相对误差

从图5可以看出:在同一频率条件下,模型5计算所得索股张力与设定索股张力的相对误差最小,模型1的相对误差最大;抗弯刚度组合系数 $D$ 为0.596~5.365时,其值越小,相对误差越小,两者成正相关。采用不同模型,由1阶频率计算索股张力,其相对误差最小,满足精度要求。在0.596~5.365范围内的 $D$ 值能满足大部分悬索桥锚跨索股张力的计算需求,但 $D$ 值进一步扩大时,计算所得索股张力是否准确还有待进一步分析。

### 2.2 索股中钢丝黏结程度对索股张力计算精度的影响

悬索桥的锚跨索股由众多钢丝组合而成,钢丝之间的黏结程度理论上介于单根黏结与整体黏结之间,而实际黏结程度未知。选用标准索股,长度为20 m,索股抗弯刚度由于索股中钢丝黏结程度的影响设为变量,建立7种仿真模型。模型I:不考虑索股抗弯刚度,即抗弯刚度=0。模型II:每根钢丝单独抗弯,抗弯刚度=0.956 kN·m<sup>2</sup>。模型III:每8根钢丝组合抗弯,抗弯刚度=7.644 kN·m<sup>2</sup>。模型IV:每16根钢丝组合抗弯,抗弯刚度=15.289 kN·m<sup>2</sup>。

模型V:每32根钢丝组合抗弯,抗弯刚度=30.577 kN·m<sup>2</sup>。模型VI:每64根钢丝组合抗弯,抗弯刚度=61.155 kN·m<sup>2</sup>。模型VII:所有钢丝整体抗弯,抗弯刚度=122.309 kN·m<sup>2</sup>。所有模型的索股张力统一设为250 kN。不同频率下模型I~模型VI计算张力与模型VII计算张力的相对百分比见图6,各模型计算索股张力与设定索股张力的相对误差见表1,1阶频率下各模型计算张力与设定索股张力的相对误差见表2。

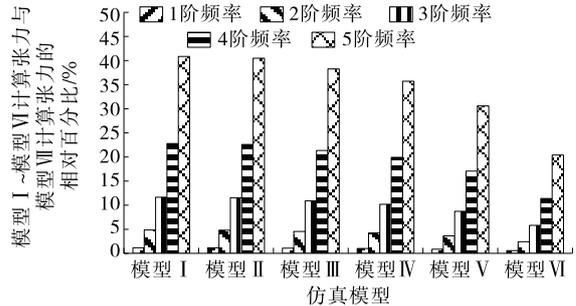


图6 模型I~模型VI计算张力与模型VII计算张力的相对百分比

表1 1~5阶频率下各模型计算张力与设定张力(250 kN)的相对误差

模型	不同频率下模型计算张力与设定张力的相对误差/%				
	1阶频率	2阶频率	3阶频率	4阶频率	5阶频率
模型I	-0.08	-0.07	-0.07	-0.08	-0.08
模型II	-0.07	-0.03	0.02	0.08	0.18
模型III	0.00	0.22	0.59	1.09	1.77
模型IV	0.07	0.51	1.24	2.26	3.58
模型V	0.22	1.09	2.54	4.58	7.21
模型VI	0.51	2.25	5.15	9.21	14.45
模型VII	1.09	4.57	10.37	18.50	28.95

表2 1阶频率下各模型计算张力与设定索股张力的相对误差

索股设定张力/kN	不同模型计算索股张力的相对误差/%						
	模型I	模型II	模型III	模型IV	模型V	模型VI	模型VII
250	-0.08	-0.07	0.00	0.07	0.22	0.51	1.09
1 000	-0.07	-0.07	-0.05	-0.04	0.00	0.07	0.22
2 000	-0.07	-0.07	-0.06	-0.06	-0.04	0.00	0.07
3 000	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06	-0.05	-0.03	0.02

由图6可知:模型I~模型VI计算索股张力与模型VII计算索股张力的相对百分比在1阶频率下最小,最大百分比为1.18%,说明两者的计算张力十分接近。结合表2,在1阶频率下,设定索股张力与模

型VII计算张力的误差最大,为1.09%,但满足精度要求,实际工程中采用整体抗弯刚度计算张力可行。

由表1、表2可知:索股的实际抗弯刚度处于单根钢丝抗弯和整体钢丝抗弯之间,且随着频率阶次

的增大不断向不考虑抗弯刚度的情况靠近,而随着设定索股张力的增大不断向整体钢丝抗弯的情况靠近,说明实际索股抗弯刚度与频率阶次和索股张力有关。

### 3 工程应用

河闪渡乌江大桥为一座主跨 680 m 的双塔单跨钢桁梁悬索桥,两岸均采用重力式锚碇结构、转动型散索鞍,主缆中通长索股 61 根,每根索股由 128 根直径为 5.2 mm 的镀锌钢丝组合而成,钢丝弹性模量  $E = 2.08 \times 10^5$  MPa,体积密度为  $7.85 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>。施工监控中,锚跨索股张力通过采集其频率并代入式(8)计算得到。主缆架设时,对部分索股布置高精度和性能稳定的压力传感器采集索股张力,采集的张力与实际张力之间的误差基本可忽略不计,以传感器采集的张力与计算张力进行对比,保证计算结果的可靠性。

以湄潭侧左幅 21<sup>#</sup> 索股(长度为 19.744 m)为例,

表 3 不同施工阶段各模型索股张力计算结果和实测结果

频率/Hz	各模型的计算张力/kN							实测张力/kN
	模型 I	模型 II	模型 III	模型 IV	模型 V	模型 VI	模型 VII	
2.786	256.24	256.20	255.87	255.50	254.76	253.27	250.29	254.5
5.535	1 011.41	1 011.36	1 011.04	1 010.67	1 009.92	1 008.43	1 005.46	1 008.5
6.764	1 510.43	1 510.38	1 510.05	1 509.68	1 508.94	1 507.45	1 504.47	1 505.5

表 4 各模型索股张力计算值与实测索股张力的相对误差

施工阶段	各模型的相对误差/%						
	模型 I	模型 II	模型 III	模型 IV	模型 V	模型 VI	模型 VII
施工阶段一	-0.69	-0.67	-0.54	-0.39	-0.10	0.48	1.65
施工阶段二	-0.29	-0.28	-0.25	-0.21	-0.14	0.01	0.30
施工阶段三	-0.33	-0.32	-0.30	-0.28	-0.23	-0.13	0.07

### 4 结论

(1) 理论上索股抗弯刚度处于单根钢丝抗弯和整体钢丝抗弯之间,而实际上由于索股表面存在定距的定型绑扎带,索股实际抗弯刚度更倾向于整体钢丝抗弯。

(2) 取整体抗弯刚度和 1 阶频率进行索股张力计算,张力计算值与实际索股张力之间的误差满足精度要求。

(3) 抗弯刚度组合系数  $D$  为 0.596~5.365 时, $D$  值越小,张力计算值与实际索股张力之间的误差

选择 3 个不同施工阶段进行计算分析,分别为空缆阶段(施工阶段一)、已吊装 1/2 钢桁梁阶段(施工阶段二)、钢桁梁全部吊装完成阶段(施工阶段三)。将现场采集所得 1 阶频率代入式(8)计算得到索股张力,其中抗弯刚度取用 2.2 节模型 I~模型 VII 的数据。不同施工阶段各模型计算索股张力与实测索股张力见表 3,计算索股张力与实测索股张力的相对误差见表 3。

由表 3、表 4 可知:压力传感器的实测索股张力处于模型计算张力范围内,与模型 VII 计算张力接近。原因在于实际施工中,索股外表面每隔 1.5 m 存在定型绑扎带,将钢丝进行了“整合”,使索股表现出整体抗弯效果;同时索股两端的边界并不是处于绝对铰接状态,对采集数据会产生一定影响。选用 1 阶频率和整体抗弯刚度进行计算,计算张力与压力传感器实测索股张力的相对误差最大为 1.65%,同时随着索股张力的增大,相对误差逐渐减小,能满足计算精度的要求。

越小,相对于其他阶次频率,由 1 阶频率计算的张力的精度更高。但抗弯刚度组合系数  $D$  处于这一范围之外时,张力计算值是否准确还有待进一步分析。

#### 参考文献:

- [1] 王达,邓洁,陈春苗,等.大跨度悬索桥锚跨索股张力计算参数影响分析[J].公路交通科技,2015,32(1):63-68.
- [2] 许汉铮,黄平明.大跨径悬索桥主缆锚跨张力控制[J].长安大学学报(自然科学版),2002,22(5):32-34+41.

(下转第 110 页)

(2) 2片梁截面的挠度变化规律基本一致,随荷载的增加而不断增大,分别经历了明显的弹性阶段、弹塑性阶段和屈服阶段。构件处于弹性阶段时,全截面参与受力,挠度较小;进入弹塑性阶段,曲线斜率明显变小,材料发生非线性变化,结构刚度随之下降;进入屈服阶段,结构刚度逐渐退化,挠度急剧增加,迅速丧失承载能力。

(3) 混凝土应变沿梁截面高度的分布近似为一条直线,符合平截面假定;上缘钢筋压应变随荷载增加而逐渐增大,荷载达到某数值时,上缘钢筋压应变逐渐减小,且慢慢转变为拉应变;下缘钢筋拉应变在梁开裂时有一个突然增大的拐点,且在钢筋屈服后承载力变化趋势逐渐变缓,但拉应变变化较大。

(4) ANSYS有限元模型的承载力计算结果与实测结果的相对误差最大仅为1.75%,精度较高,能较好地模拟长期暴露试验观测后钢筋混凝土构件的开裂过程,且能较准确地进行承载力分析计算。

参考文献:

[1] 牛荻涛,陈磊,刘西光.硫酸腐蚀钢筋混凝土梁抗弯承载力计算方法[J].工业建筑,2020,50(12):50-54+68.

[2] 刘圣宾,丁自豪,张永兵,等.钢筋混凝土柱抗弯承载力的概率模型与校准分析[J].计算力学学报,2020,37(3):316-325.

[3] 王文炜,周畅,张亚飞,等.CFRP/SMA复合材料片材增强钢筋混凝土梁抗弯性能试验研究[J].应用基础与工程科学学报,2021,29(2):282-295.

[4] 徐帅,孟凡林,李世禹,等.预应力平面桁架钢筋混凝土叠合板底板性能分析[J].混凝土与水泥制品,

2021(11):73-76.

[5] 沙丽荣,陈文龙,王秀丽.CFRP加固钢筋混凝土梁的抗弯力学性能试验研究[J].吉林建筑大学学报,2021,38(5):12-16.

[6] 李佳璐,胡伟.基于长期性能的锈蚀钢筋混凝土梁抗弯承载力数值分析[J].公路交通科技(应用技术版),2018,14(6):179-182.

[7] 王小惠,刘西拉.无腹筋锈蚀钢筋混凝土梁承载能力的计算[J].建筑技术开发,2003,30(6):1-3.

[8] 杨琨,郭晓玉,邵俊丰,等.锈蚀钢筋混凝土梁抗弯承载力计算方法[J].广西大学学报(自然科学版),2018,43(1):50-57.

[9] 牛荻涛,翟彬,王林科,等.锈蚀钢筋混凝土梁的承载力分析[J].建筑结构,1999(8):23-25.

[10] 刘圣宾,丁自豪,张永兵,等.钢筋混凝土柱抗弯承载力的概率模型与校准分析[J].计算力学学报,2020,37(3):316-325.

[11] 王阳春,马乃轩,毛一波,等.薄层加固空心板桥抗弯承载力提升分析[J].山东建筑大学学报,2022,37(4):86-92+113.

[12] 邓朗妮,马晋超,马骏,等.CFRP板嵌入加固钢筋混凝土梁延性计算方法[J].桂林理工大学学报,2018,38(3):469-472.

[13] 赵作富.基于表面特性的沥青混凝土桥面防水黏结层力学性能研究[J].公路与汽运,2022(6):113-117.

[14] 宋泽冈,施静娴,邓旭东.装配式箱形拱桥立柱节点抗震加固技术研究[J].公路与汽运,2021(6):145-151.

[15] 中华人民共和国建设部.混凝土结构设计规范:GB 50010—2002[S].北京:中国建筑工业出版社,2002.

收稿日期:2022-11-28

(上接第101页)

[3] 张兴标,沈锐利,唐茂林,等.悬索桥锚跨索股索力的精确计算与调整方法[J].西南交通大学学报,2012,47(4):551-557.

[4] 慕玉坤.大跨径悬索桥锚跨张力控制研究[D].西安:长安大学,2003.

[5] 李宇鹏.大跨度悬索桥锚跨张力精细化控制研究[D].长沙:长沙理工大学,2013.

[6] 王达,杨琴,刘扬.大跨度悬索桥索股抗弯刚度对锚跨张力测试精度的影响研究[J].计算力学学报,2015,32(2):174-179.

[7] 陈常松,陈政清,颜东煌.柔索索力主频阶次误差及支承条件误差[J].交通运输工程学报,2004,4(4):17-20.

收稿日期:2022-03-17