

DOI: 10.20035/j.issn.1671-2668.2024.03.023

引用格式: 丁亮. 矩方法在连续刚构桥挠度可靠度分析中的应用[J]. 公路与汽运, 2024, 40(3): 108-111+116.

Citation: DING Liang. Application of the moment method to the reliability analysis of continuous rigid bridge deflection[J]. Highways & Automotive Applications, 2024, 40(3): 108-111+116.

矩方法在连续刚构桥挠度可靠度分析中的应用

丁亮

(武汉综合交通研究院有限公司, 湖北 武汉 430010)

摘要: 采用矩方法建立连续刚构桥挠度可靠度分析框架, 以某高速公路连续刚构桥为例验证该方法的可行性。结果表明, 采用文中方法计算所得连续刚构桥挠度可靠度指标 β 最小为3.880, 满足 $\beta > 2.500$ 的要求, 该桥具有较好的挠度承载性能; 采用矩方法计算所得挠度失效概率和可靠度指标与蒙特卡罗法计算结果的相对误差分别为13.72%、0.93%, 计算次数仅为蒙特卡罗法的0.032%, 可用于连续刚构桥挠度可靠度分析。

关键词: 桥梁; 连续刚构桥; 挠度; 可靠度分析; 矩方法

中图分类号: U441.2

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2024)03-0108-04

连续刚构桥具有施工快、造价低、造型美观等特点, 在国内大跨度桥梁中得到广泛应用^[1-2]。但连续刚构桥挠度失效问题时有发生, 造成较大的生命和经济损失^[3-4]。可靠度是结构安全评估的重要度量指标, 准确评估连续刚构桥的挠度安全水平, 进而采取合理加固措施, 有利于提高连续刚构桥的服役安全性^[5-6]。

谈遂等根据桥梁实测挠度数据对某运营期连续刚构桥进行活载挠度可靠度评估, 发现串联模型可有效模拟挠度失效模式间的相关关系^[7]。白云腾等引入优化BP神经网络建立波形钢腹板连续刚构桥挠度预测框架, 并通过挠度预测值与梁渠沟大桥实测值对比验证了该分析框架的正确性^[8]。袁卓亚等考虑结构尺寸、材料特性和荷载的不确定性, 结合随机响应面法评估了连续刚构桥主梁挠度控制可靠度水平^[9]。王艳等依托栗子坪大桥, 采用数值方法分析了混凝土超方、预应力损失、混凝土收缩徐变和刚度损失对大跨度预应力混凝土连续刚构桥下挠的影响^[10]。贺拴海等基于虎门大桥加固前后挠度监测数据对比分析三类挠度计算方法, 结果表明考虑原桥预应力损失和结构损伤的方法具有较高的适用性^[11]。李庆桐等分析连续刚构桥主跨跨中挠度过大的原因, 并提出了相关改进措施^[12]。唐中波等分析连续刚构桥下挠危害, 并提出了采用体外横张预应力调控连续刚构桥挠度的方法^[13]。An X. W.等

采用FORM方法与蒙特卡罗法分析了缆索结构静力可靠性^[14]。何畅、陈万春等围绕连续刚构桥挠度控制进行了分析和加固措施研究^[15-16]。现有研究集中在连续刚构桥挠度控制和数值分析方面, 对连续刚构桥挠度可靠度的研究有待加强。

矩方法简单、高效, 不依赖于验算点, 在框架结构、输电塔、挡土墙及轨道板等结构可靠度分析中应用广泛。Zhao Y. G.、Rahman S.等提出了基于单变量降维近似模型的统计矩估计方法, 并分析了该方法的适用性^[17-18]。王松涛等引入矩方法评估了输电铁塔的可靠度水平^[19]。贾良等将矩方法应用于重力式挡土墙可靠度分析, 结果表明矩方法能在保证计算精度的前提下显著提高计算效率^[20]。邹红等采用三阶矩法分析了列车荷载与环境共同作用下简支箱梁轨道板的抗裂可靠度, 结果表明该方法具有较高的计算效率^[21]。本文基于等价极值事件原理和矩方法建立连续刚构桥挠度分析框架, 以某连续刚构桥为例分析该方法的适用性, 为连续刚构桥挠度安全评估提供参考。

1 基于矩方法的连续刚构桥挠度可靠度分析方法

1.1 矩方法的基本原理

矩方法通过计算功能函数前几阶统计矩、求解功能函数的概率密度函数, 并对其积分获得可靠度

指标。采用矩方法计算连续刚构桥的挠度可靠度指标, 首先应估计其功能函数统计矩。由于连续刚构桥涉及的随机变量众多, 采用多变量点估计法估计连续刚构桥功能函数的统计矩^[22]。

对等价功能函数 $Z_{\min}(\Theta)$ 进行逆 Rosenblatt 变换, 并引入式(1)所示近似关系:

$$Z_{\min}(\Theta) \approx \sum_{i=1}^n (Z_i - Z_{\mu}) + Z_{\mu} \quad (1)$$

式中: Z_i, Z_{μ} 通过式(2)~(4)求解。

$$Z_{\mu} = Z(\mu); Z_i = Z[R^{-1}(U_i)] \quad (2)$$

$$\mu = [\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}]^T \quad (3)$$

$$U_i = [\mu_{x_1}, \dots, X_i, \dots, \mu_{x_n}]^T \quad (4)$$

式中: Z_{μ} 表示功能函数在随机变量均值点的估计值; $Z_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为单变量函数; μ_{x_i} 表示随机变量 Θ 的均值。

通过式(1)的变换, 将 n 维多变量函数转化为 n 个单变量函数。本文以多变量函数前 4 阶中心矩即均值 μ_z 、标准差 σ_z^2 、偏态系数 $\alpha_{3z}\sigma_z^3$ 和峰态系数 $\alpha_{4z}\sigma_z^4$ 为研究对象, 分别表示为:

$$\mu_z = \sum_{i=1}^n (\mu_i - G_{\mu}) + G_{\mu} \quad (5)$$

$$\sigma_z^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (6)$$

$$\alpha_{3z}\sigma_z^3 = \sum_{i=1}^n \alpha_{3i}\sigma_i^3 \quad (7)$$

$$\alpha_{4z}\sigma_z^4 = \sum_{i=1}^n \alpha_{4i}\sigma_i^4 + 6 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n \alpha_i^2 \alpha_j^2 \quad (8)$$

获得功能函数前 4 阶统计矩后, 结合立方正态求解结构的可靠度指标。功能函数近似表示为:

$$Z = -kh_3 + k(1 - 3h_4)\tilde{x} + kh_3\tilde{x}^2 + kh_4\tilde{x}^3 \quad (9)$$

式中: h_3, h_4 和 k 为相关多项式系数, 按式(10)计算。

$$\begin{cases} h_3 = \frac{\alpha_{3G}}{4 + 2\sqrt{1 + 1.5\alpha_{4G} - 3}} \\ h_4 = \frac{\sqrt{1 + 1.5(\alpha_{4G} - 3)} - 1}{18} \\ k = \frac{1}{\sqrt{1 + 2h_3^2 + 6h_4^2}} \end{cases} \quad (10)$$

可靠度指标为:

$$\beta = -\frac{\sqrt{2}p}{\sqrt[3]{-q + \Delta}} + \frac{\sqrt{-q + \Delta}}{\sqrt[3]{2}} + \frac{h_3}{3h_4} \quad (11)$$

式中: $p = [3h(1 - 3h_4) - h_3^2]/(9h_4^2)$; $q = (2h_3^3 -$

$$9h_3h_4)/(27h_4^3) + \beta_{2M}/(kh_4); \Delta = \sqrt{q^2 + 4p^3}。$$

鉴于部分系数理论复杂且本文重点关注工程应用, 难以一一说明, 推导过程参考文献[19]。

1.2 基于矩方法的连续刚构桥挠度可靠度分析

采用多变量点估计的矩方法计算连续刚构桥挠度失效概率 p_f 和可靠度指标 β 的流程(见图 1)如下:

(1) 通过通用有限元软件 ANSYS APDL 建立精细化连续刚构桥数值模型。

(2) 参考现有研究成果及相关规范, 明确连续刚构桥服役过程中常见的不确定性参数, 并确定对应的分布类型及分布参数。

(3) 基于挠度失效准则, 得到连续刚构桥挠度失效的等价功能函数。

(4) 采用点估计方法生成初始样本点, 并通过 MATLAB 计算工具批量实现随机变量替换, 形成 N 个数值分析样本。

(5) 针对 N 个数值分析样本, 通过 MATLAB 调用有限元软件计算样本响应并代入式(12)计算连续刚构桥等价功能函数值。

$$Z_i(\Theta) = \frac{L}{1800} - f_i(\Theta) \quad (i=1, 2, \dots, 5) \quad (12)$$

式中: $f_i(\Theta)$ 为第 i 个挠度测点的实际挠度, 通过 MATLAB 调用有限元模型分析得到。

(6) 采用多变量点估计法[式(1)~(8)]统计连续刚构桥等价功能函数前 4 阶统计矩, 然后按照式(9)~(11)计算连续刚构桥的挠度失效概率 p_f 和可靠度指标 β 。

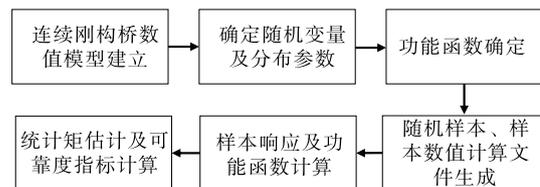


图 1 连续刚构桥挠度可靠度分析流程

2 算例分析

2.1 建立数值模型

为验证上述方法的适用性, 以某高速公路连续刚构桥为例进行挠度可靠度分析。该桥为跨径 70 m+120 m+70 m 预应力混凝土连续刚构桥, 主墩、边墩分别采用实心式和双板式承台, 全桥划分为 15 段。采用通用有限元软件 ANSYS APDL 建立

该桥数值模型,并在跨中或 1/3 位置设定 $K_1 \sim K_5$ 共 5 个挠度测点(见图 2)。各组件通过壳单元中 Shell 181 单元模拟,借助双线性随动强化理论模拟材料的本构关系,桥墩底部约束所有平动和转动自由度(见图 3)。图 4 为 Von Mises 应力云图和位移云图。由图 4 可知:该桥主跨跨中 Von Mises 应力和位移较大,其中中跨跨中最大应力和最大位移分别为 26.6 MPa、35 mm,具有较好的承载性能。但中跨跨中变形较大,可能影响连续刚构桥的正常使用,后续主要评估连续刚构桥的挠度可靠度水平。

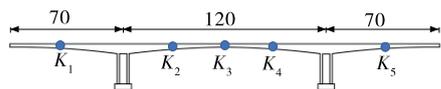


图 2 连续刚构桥的几何尺寸及测点布置(单位:m)

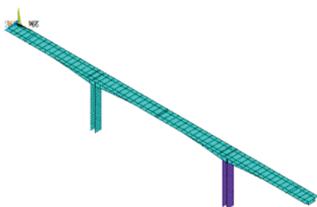


图 3 连续刚构桥有限元数值模型

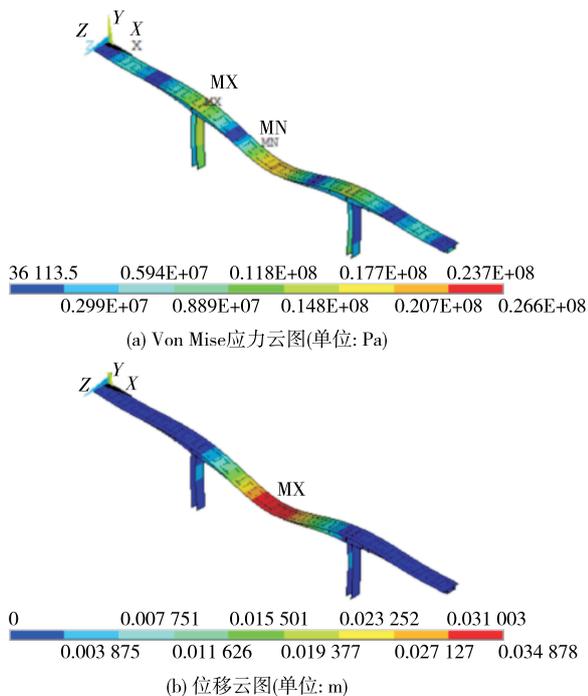


图 4 连续刚构桥的应力和位移云图

2.2 随机变量及功能函数

考虑到高速公路连续刚构桥服役过程中受活载随机性的影响较大,主要考虑活载的随机性。根据

文献[7]中活载作用下连续刚构桥监测数据,假设活载服从极值分布,其分布参数见表 1。

表 1 活载挠度极值分布参数

测点	挠度		形状参数
	均值/mm	标准差	
K_1	302.2	43.5	0.108
K_2	321.1	44.8	0.102
K_3	300.5	48.2	0.133
K_4	346.7	49.4	0.106
K_5	277.5	37.1	0.093

参考文献[7],连续刚构桥挠度限值取为 $L/1\ 800$ (L 为桥梁跨度)。第 i 个挠度测点的功能函数见式(12)。

2.3 可靠度计算结果

获得连续刚构桥挠度等价功能函数后,采用矩方法评估连续刚构桥的挠度可靠度水平。计算过程如下:1) 选取 2^n 个样本作为初始样本点(n 表示随机样本数量),本文共有 5 个活载随机变量,抽取 32 个点进行分析;2) 根据表 1 所示随机变量统计参数,通过点估计方法生成 32 个初始样本点;3) 调用有限元计算文件计算各样本点的响应信息 $f_i(\Theta)$,按式(12)计算连续刚构桥各测点挠度的功能函数值;4) 采用矩方法,即按式(1)~(11)计算连续刚构桥的可靠度指标 β 。各测点的挠度可靠度计算结果见表 2、图 4。

表 2 连续刚构桥挠度可靠度计算结果

测点	失效概率 p_f	可靠度指标 β
K_1	1.80×10^{-5}	4.132
K_2	2.65×10^{-5}	4.042
K_3	5.22×10^{-5}	3.880
K_4	3.21×10^{-5}	3.997
K_5	2.07×10^{-5}	4.100

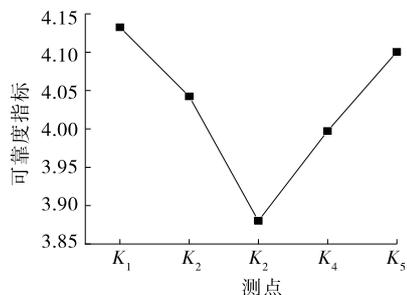


图 5 各测点的挠度可靠度指标

由表 2、图 4 可知:各测点的挠度可靠度指标较接近,沿中跨跨中两侧近似呈对称分布,主梁跨中的失效概率 p_f 最大,为 5.22×10^{-5} ,对应可靠度指标 β 最小,为 3.880,这主要是由于主梁跨中所受剪力和弯矩更大。参考文献[7],连续刚构桥挠度的目标可靠指标 $\beta > 2.500$,该桥各截面的可靠度指标均满足目标可靠度要求,具有较好的挠度承载性能。

将采用矩方法计算的主梁跨中挠度可靠度指标与常规蒙特卡罗法计算结果进行对比(见表 3),验证该方法的适用性。由表 3 可知:矩方法计算所得挠度失效概率 p_f 和可靠度指标 β 与蒙特卡罗法计算结果的相对误差分别为 13.72%、0.94%,在可接受范围内,说明矩方法可保证计算精度,适用于连续刚构桥挠度可靠度分析;采用蒙特卡罗法计算连续刚构桥挠度可靠度,需进行 10^5 次计算,而矩方法仅需 32 次计算即可达到满意的计算精度,其计算次数为蒙特卡罗法的 0.032%,矩方法的计算效率更高,更具工程实用价值。

表 3 连续刚构桥挠度可靠度计算结果对比

计算方法	失效概率 p_f		可靠度指标 β		计算次数/次
	计算结果	相对误差/%	计算结果	相对误差/%	
蒙特卡罗法	6.05×10^{-5}	—	3.844	—	10^5
矩方法	5.22×10^{-5}	13.72	3.880	0.94	32

注:相对误差=(矩方法计算结果-蒙特卡罗法计算结果)/蒙特卡罗法计算结果 $\times 100$ 。

3 结论

本文依托某高速公路连续刚构桥,采用矩方法评估其挠度可靠度水平。结论如下:

(1) 该桥的挠度可靠度指标最小为 3.880,远高于目标可靠度指标($\beta > 2.500$),该桥具有较好的挠度承载水平。

(2) 矩方法计算所得失效概率和可靠度指标与蒙特卡罗法计算结果的相对误差分别为 13.72%、0.94%,其计算次数仅为蒙特卡罗法的 0.032%。矩方法能兼顾计算精度和计算效率,可用于连续刚构桥挠度可靠度分析。

参考文献:

[1] 赵金钢,贾宏宇,占玉林.近场旋转地震波对多跨高墩连续刚构桥地震易损性的影响[J].振动与冲击,2023,

42(1):146-159.
 [2] 李静波,崔春义,许民泽,等.连续刚构桥地震响应灰色关联参数敏感性分析[J].防灾减灾工程学报,2022,42(4):805-811.
 [3] 刘路,张洪,杨娟,等.基于改进分枝-约界法的连续刚构桥失效模式研究[J].公路工程,2019,44(6):21-27.
 [4] 丁鑫,刘海宽.基于三维坐标观测的大跨连续刚构桥主梁挠度监测与评估[J].公路与汽运,2017(6):158-160+164.
 [5] 周志彬,谢旭,李晓伟.基于随机振动理论的连续刚构桥抗震动力可靠性分析[J].公路与汽运,2017(6):139-141+157.
 [6] 潘邦群,王希瑞.基于改进一次二阶矩法的连续刚构桥体系可靠度评估分析[J].西部交通科技,2022(9):98-100.
 [7] 谈遂,王翔.基于健康监测的高速公路连续刚构桥活载挠度可靠度评估[J].科学技术与工程,2022,22(33):14917-14922.
 [8] 白云腾,王晓明,录哲元,等.波形钢腹板连续刚构桥架设过程的智能化施工控制[J].建筑科学与工程学报,2022,39(4):137-145.
 [9] 袁卓亚,陈炫佑,王卫山,等.基于随机响应面的连续刚构桥主梁挠度控制可靠度分析[J].公路,2017,62(8):101-107.
 [10] 王艳,陈准,李杰.大跨径 PC 连续刚构桥长期下挠影响因素分析[J].中外公路,2014,34(4):215-219.
 [11] 贺拴海,李源,任伟,等.大跨连续刚构桥长期挠度实测分析及预测[J].武汉理工大学学报,2014,36(4):112-115.
 [12] 李庆桐,周志祥,刘小渝.连续刚构桥后期挠度过大影响因素的偏差分析[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2013,32(增刊 1):818-822.
 [13] 唐中波,朱世峰,吴海军.体外横张预应力在连续刚构桥后期挠度调控中的应用[J].施工技术,2009,38(增刊 2):260-263.
 [14] AN X W, GOSLING P D, ZHOU X Y. Analytical structural reliability analysis of a suspended cable[J]. Structural Safety, 2016, 58: 20-30.
 [15] 何畅.竖向接缝对连续刚构桥后期挠度的影响[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2009,28(3):480-483.
 [16] 陈万春,马建秦.大跨度连续刚构桥加固施工监测与控制[J].公路,2004,49(10):152-157.
 [17] ZHAO Y G, ONO T. New point estimates for probability moments[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(4): 433-436.