

DOI:10.20035/j.issn.1671-2668.2024.05.018

引用格式:王操,李海鸥,刘刚,等.劲性骨架混凝土拱桥简化计算模式分析[J].公路与汽运,2024,40(5):103-107+112.

Citation:WANG Cao,LI Haiou,LIU Gang,et al.Analysis of simplified calculation model of reinforced skeleton concrete arch bridge[J].Highways & Automotive Applications,2024,40(5):103-107+112.

## 劲性骨架混凝土拱桥简化计算模式分析

王操,李海鸥,刘刚,文新华

(四川省交通建设集团有限责任公司,四川 成都 610041)

**摘要:**针对大跨径劲性骨架混凝土拱桥有限元模型中单元数量多、计算效率低的问题,根据劲性骨架拱的受力特点与简化原则,构造相应连续化等效截面,基于剪切应变能互等原理及剪切刚度等效原则推导劲性骨架腹杆膜化为拟腹板的等效板厚计算公式;以主跨 200 m 实桥为对象,分别建立简化模型与精细化模型,对拱圈最大悬臂状态和合龙状态下结构位移与应力进行分析,结果表明两种模型的计算结果吻合度高,但简化模型的单元数量大幅度减少,计算速度更快,计算精度满足工程要求。

**关键词:**桥梁;劲性骨架混凝土拱桥;计算模式;腹杆膜化;剪切应变能;拟腹板

中图分类号:U441.5

文献标志码:A

文章编号:1671-2668(2024)05-0103-05

劲性骨架混凝土拱桥是在钢管混凝土骨架的基础上外包混凝土而形成的钢筋混凝土拱桥,具有跨越能力强、整体刚度大、竖向荷载作用下稳定性好等优点,在大跨径拱桥中应用较广。

在桥梁结构分析中,大多数学者按结构的实际构造形式建立精确有限元计算模型对结构进行求解。对于大跨径劲性骨架混凝土拱桥,劲性骨架为桁架结构,杆件数量多,采用精确有限元法建模,单元数量繁多,工作量大,建模复杂,特别是在进行施工过程分析、模态分析及动力时程和移动荷载分析时,存在计算时间成本高、对计算机硬件要求高、计算效率低等问题。为此,各国学者为寻求高效的计算方法进行了一系列研究。Okumura T.等把两端受翘曲约束的箱形华伦桁架梁等效为准箱形截面进行求解<sup>[1]</sup>。李国豪根据剪切刚度相等原则推导了桁架桥挠曲-扭转变形与内力计算公式<sup>[2]</sup>。Giltner B.等根据剪切刚度相等原则对空间桁架结构进行了连续化求解<sup>[3]</sup>。贺拥军等采用实体单梁代替立体桁架研究巨型网络结构,采用有限元法进行求解<sup>[4]</sup>。陈玉骥将钢桁架结合梁连续化处理为闭口箱形钢混结合梁,对下承式钢桁结合梁进行了解析求解<sup>[5]</sup>。周绪红等基于能量原理,推导了板桁结合型加劲梁主桁架腹杆和下平联的连续化等效板厚计算公式<sup>[6]</sup>。黄大元等在修正钢管混凝土弹性模量的基础上,将

钢管混凝土桁式拱桥拱肋等代成闭合箱,计算拱肋内力和位移,其工作量较其他计算模式大大降低<sup>[7]</sup>。但对劲性骨架混凝土拱桥简化计算方法的相关文献未见报道。本文根据劲性骨架混凝土拱桥的受力特性,将劲性骨架腹杆沿拱轴方向简化为连续、匀质、等厚的拟腹板,基于能量互等与剪切刚度等效原理推导拟腹板厚度计算公式,以实桥为工程背景验证简化模式的准确性,为同类型桥梁结构提供一种快速有效、简洁实用的数值分析方法。

### 1 劲性骨架拱受力特点及简化原则

钢管混凝土劲性骨架混凝土拱桥中,劲性骨架构造形式有钢管式、型钢式,其组成包括上下弦杆、平联与横联、竖腹杆与斜腹杆等,其中腹杆构造多采用 K 形、X 形、I 形、△ 形<sup>[8-9]</sup>。

#### 1.1 构件受力特点

钢管混凝土劲性骨架拱桥的基本建造过程为通过斜拉扣挂的方式预制拼装钢骨架→浇筑管内自密实无收缩混凝土→达到强度后,分环、分段、分面浇筑外包混凝土,形成主体受力拱圈→在拱圈上施工拱上建筑、桥道系→成桥。其施工过程复杂,结构受力变换次数较多。与钢管混凝土拱桥相比,劲性骨架拱桥采用的混凝土箱形拱圈能有效提高抗扭能力和成桥阶段横向稳定性。劲性骨架不同受力状态下

的受力特点见表 1。

表 1 劲性骨架力学响应特征

荷载响应类型	劲性骨架受力特点
竖向弯曲	下弦杆、下平联轴向受拉(压),上弦杆、上平联受压(拉)
横向弯曲	一侧弦杆受拉,另一侧弦杆受压,劲性骨架整体发生面外弯曲
竖向受剪	剪力主要由劲性骨架腹杆承担,弦杆、横联与下平联承受的剪力较小
横向受剪	剪力主要由横联与下平联承担,弦杆承受的剪力较小
扭转	剪应力绕截面扭心连续分布,各杆件均处于受剪状态

## 1.2 简化原则

(1) 仅对劲性骨架腹杆的强度进行等效,弦杆承担弯矩和轴力,腹杆承担剪力,其他杆件不处理,仍然保留在原始截面中。

(2) 等效处理为板后不考虑杆件可能出现的稳定问题。

(3) 不计入构件简化是否对结构抗扭刚度有贡献。

## 2 简化计算公式推导

简化计算时,取一标准节段进行分析,对劲性骨架的腹杆弯曲强度和剪切强度进行等效。

### 2.1 弯曲效应分析

竖向受弯时,上弦杆  $dc$  受压,下弦杆  $ab$  受拉(见图 1),腹杆不受力。

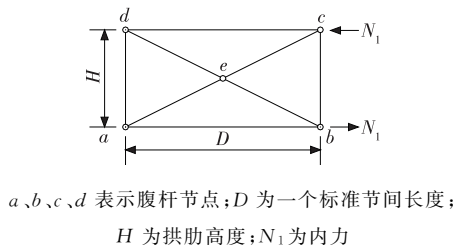


图 1 竖向受弯节间受力示意图

横向受弯时,根据同侧弦杆受力方向一致的原则,上弦杆  $dc$  受压,下弦杆  $ab$  也受压(见图 2),腹杆不受力。

根据图 1、图 2,计算抗弯刚度时主要考虑弦杆和平联管的贡献。据此可对拱圈劲性骨架的断面形

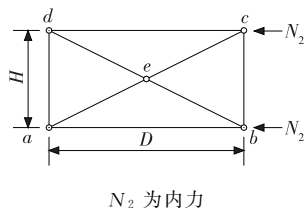


图 2 横向受弯节间受力示意图

式进行简化(见图 3)。

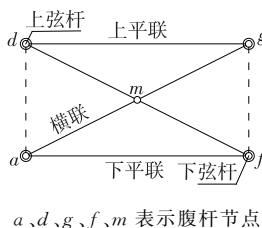


图 3 拱圈劲性骨架的简化断面

### 2.2 剪切效应分析

根据表 1,剪力主要由腹杆承担,横向受剪时由平联、横联承担。本文仅研究腹杆的简化计算,因此只考虑竖向受剪状态,受力情况见图 4。显然,竖向受剪时,竖腹杆、斜腹杆均受力。

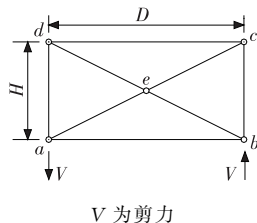


图 4 竖向受剪节间受力示意图

根据以上分析,进行简化计算时,仅考虑腹杆的抗剪刚度,不计抗弯刚度。

### 2.3 简化计算公式

根据前文所述简化原则,基于能量守恒与剪切刚度等效的原理,将劲性骨架离散的腹杆比拟为多块连续的薄板,称为拟腹板,该过程定义为膜化(见图 5)。

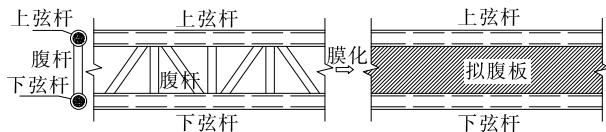


图 5 等效图示

膜化后断面见图 6。利用平面杆系有限元程序进行内力计算,通过内力分配方法将截面内力分配到各构件中便可得到各构件的内力。

腹杆受一对单位剪力时的变形状态见图 7。

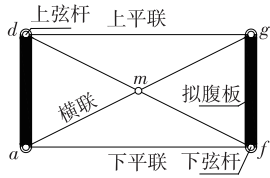
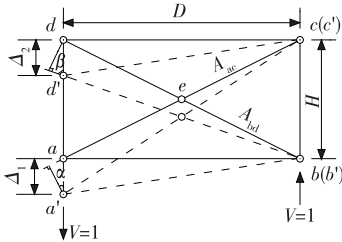


图 6 膜化后的劲性骨架断面



$A_{ac}$ 、 $A_{bd}$  分别为斜腹杆  $ac$ 、 $bd$  的截面面积;  $V$  为作用于节间的一对单位剪力;  $\Delta_1$ 、 $\Delta_2$  为剪切变形量;  $\alpha$ 、 $\beta$  为三角形角度值

图 7 腹杆受剪变形状态

根据图 7, 在单位剪力  $V$  作用下, 斜腹杆  $ac$  产生的轴向变形  $\delta_{ac}$ 、轴向应变  $\epsilon_{ac}$  分别为:

$$\delta_{ac} = \Delta_1 \sin \alpha \quad (1)$$

$$\epsilon_{ac} = \frac{\delta_{ac}}{|ac|} = \frac{\Delta_1 \sin \alpha}{H / \sin \alpha} \quad (2)$$

斜腹杆  $bd$  产生的轴向变形  $\delta_{bd}$ 、轴向应变  $\epsilon_{bd}$  分别为:

$$\delta_{bd} = \Delta_2 \cos \beta \quad (3)$$

$$\epsilon_{bd} = \frac{\delta_{bd}}{|bd|} = \frac{\Delta_2 \cos \beta}{D / \sin \beta} \quad (4)$$

节段发生均匀剪切变形, 有:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \quad (5)$$

式中:  $\Delta$  为剪切变形值。

斜腹杆  $ac$  的轴力  $F_N^{ac}$ 、斜腹杆  $bd$  的轴力  $F_N^{bd}$  分别为:

$$F_N^{ac} = E_{ac} \epsilon_{ac} A_{ac} \quad (6)$$

$$F_N^{bd} = E_{bd} \epsilon_{bd} A_{bd} \quad (7)$$

式中:  $E_{ac}$ 、 $E_{bd}$  为斜腹杆  $ac$ 、 $bd$  所用材料的弹性模量。

设斜腹杆  $ac$  的轴向拉伸应变能为  $U_{ac}$ 、斜腹杆  $bd$  的轴向压缩应变能为  $U_{bd}$ , 计算公式如下:

$$\begin{cases} U_{ac} = \frac{(F_N^{ac})^2 L_{ac}}{2E_{ac} A_{ac}} \\ U_{bd} = \frac{(F_N^{bd})^2 L_{bd}}{2E_{bd} A_{bd}} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $L_{ac}$ 、 $L_{bd}$  分别为斜腹杆  $ac$ 、 $bd$  的长度。

$U_{ac}$ 、 $U_{bd}$  之和为节段的变形应变能  $U_1$ , 即:

$$U_1 = U_{ac} + U_{bd} \quad (9)$$

联立式(1)~(9), 得:

$$U_1 = \frac{E\Delta^2}{2} \left[ \frac{(\sin \alpha)^3}{H} A_{ac} + \frac{\sin \beta (\cos \beta)^2}{D} A_{bd} \right] \quad (10)$$

取膜化后受剪状态的单节间劲性骨架隔离体进行分析,  $\gamma$  为等效腹板的剪切角。拟腹板受一对单位剪力时的变形状态见图 8。

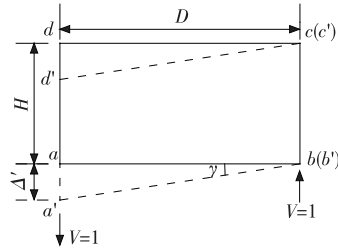


图 8 拟腹板受剪变形状态

根据图 8, 有:

$$\tan \gamma = \frac{\Delta'}{D} \quad (11)$$

将  $\tan \gamma$  利用泰勒级数展开,  $\gamma$  为微小量, 忽略高阶无穷小, 有  $\gamma \approx \tan \gamma$ , 变形应变能  $U_2$  可表示为:

$$U_2 = \frac{1}{2} G \gamma^2 A t \quad (12)$$

式中:  $G$  为材料的剪切模量;  $A$  为拟腹板截面积;  $t$  为拟腹板厚度。

根据能量互等原理, 有  $U_1 = U_2$ , 整理后, 得:

$$t = \frac{\Delta^2 \left[ \frac{(\sin \alpha)^3}{H} E_{ac} A_{ac} + \frac{\sin \beta (\cos \beta)^2}{D} E_{bd} A_{bd} \right]}{G (\Delta')^2 \tan \alpha} \quad (13)$$

$\alpha + \beta = \pi/2$ ,  $\Delta' = \Delta$ ,  $D^2 + H^2 = L^2$  ( $L$  为拟腹板对角线长度)。令  $E_{ac} = E_{bd} = E$ 、 $A_{ac} = A_{bd} = A_0$  ( $A_0$  为杆件截面面积), 劲性骨架腹杆的拟腹板厚度  $t$  的通用计算公式为:

$$t = 4(1 + \mu) D H \frac{A_0}{L^3} \quad (14)$$

式中:  $\mu$  为拟腹板所用材料的泊松比。

### 3 算例分析

#### 3.1 工程概况

某钢管混凝土劲性骨架拱桥全长 212.3 m, 桥面全宽 12.0 m, 全桥跨径组合为 30 m 简支 T 梁 + 净跨 200 m 上承式钢筋混凝土劲性骨架箱形拱 + 30 m 简支 T 梁, 其中主桥为净跨 200 m 的无铰推力式拱桥, 单向纵坡 0.3%, 双向横坡 1.5%, 桥型布置见 9。

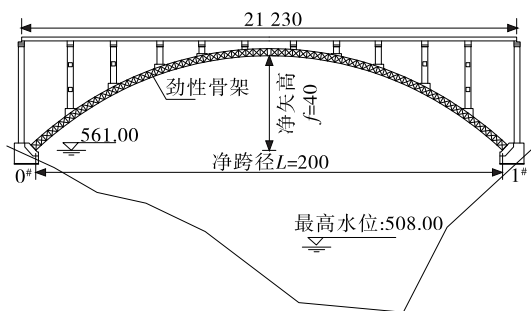


图9 桥型立面布置(单位:m)

主拱圈采用等截面、等高度,单箱双室断面;拱轴线为悬链线,拱轴系数为 1.988,净矢跨比为 1/5。劲性骨架采用  $\phi 377 \text{ mm} \times 14 \text{ mm}$  主管,内灌 C80 高强自密实高性能混凝土。腹杆采用  $4 \angle 75 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  组合角钢,上、下平联及横联采用单肢  $\angle 140 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  等边角钢,腹杆、横联与平联均按 X 形交叉布置,钢材型号均为 Q390D。

### 3.2 计算模型

为验证简化计算方法的准确性,采用 MIDAS/Civil 分别建立实桥的精确模型(见图 10)和简化模型(见图 11),采用两种计算模式分别计算施工过程中关键阶段的结构位移与应力。

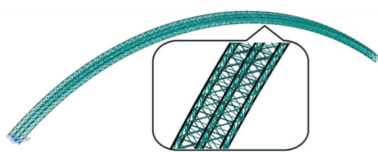


图10 精确计算模型

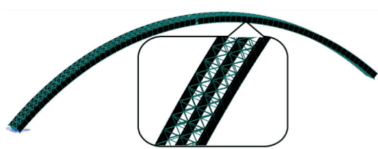


图11 简化计算模型

精确计算模型中,按照劲性骨架各杆件的实际形心位置建模,上下弦杆、平联、横联、腹杆均采用考虑剪切变形的三维梁单元模拟,扣索采用只受拉的桁架单元模拟,拱脚固结。整个劲性骨架拱共划分为 2 907 个节点、5 522 个单元。

简化计算模型中,除腹杆采用板单元模拟外,其余建模方式与精确模型一致,但单元数量减少约 1 650 个、30%,计算时间减少约 1/3。

### 3.3 结果分析

对两种计算模式分别开展施工阶段仿真分析,对施工过程中关键阶段的结构位移与应力进行对

比。图 12、图 13 为两种计算模式下拱肋最大悬臂阶段上下弦杆应力。上弦杆在  $0 \sim L/8$ 、 $L/4 \sim L/2$  范围内受压、 $L/8 \sim L/4$  范围内受拉,这是由于在扣索力作用下上弦杆在  $L/8 \sim L/4$  范围内呈向上微拱状态。下弦杆均处于受压状态,该桥外包底板混凝土采用预制施工,与劲性骨架节段一起吊装,然后浇筑底板湿接缝,因此后浇筑位置下弦杆应力偏大,单元应力曲线呈锯齿状。图 14~16 为两种计算模式下劲性骨架合龙时上下弦杆应力和竖向位移,上下弦杆均处于受压状态。

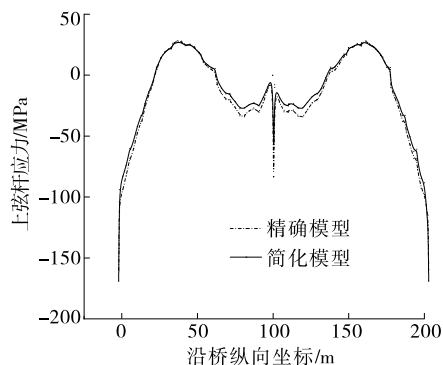


图12 两种模式下拱圈最大悬臂阶段上弦杆应力对比

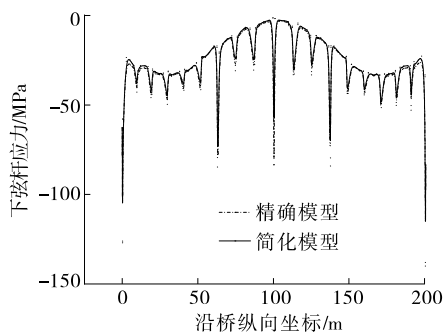


图13 两种模式下拱圈最大悬臂阶段下弦杆应力对比

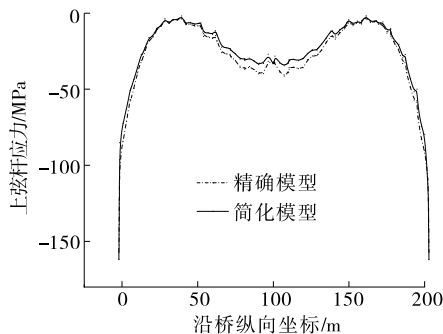


图14 两种模式下拱圈合龙时上弦杆应力对比

由图 12~16 可知:采用简化计算模式所得劲性骨架位移和应力与传统精细化计算模式所得位移和应力的变化趋势一致,数值大小吻合较好。应力绝

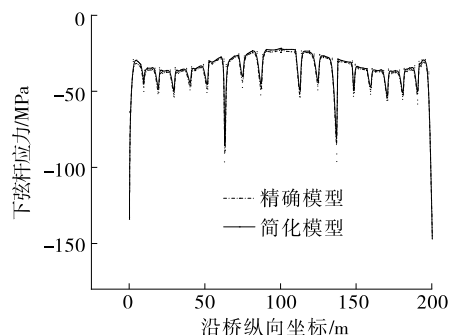


图 15 两种模式下拱圈合龙时下弦杆应力对比

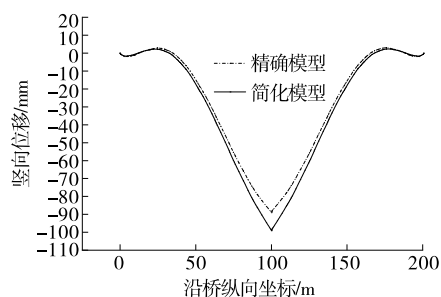


图 16 两种模式下拱圈合龙时竖向位移对比

对差值最大为 6.2 MPa, 发生在跨中附近, 对于屈服强度较大的钢材, 该差值微小; 位移绝对差值最大为 10.3 mm, 出现在跨中合龙段, 由于简化计算中忽略了腹杆剪切变形对截面抗弯刚度的影响, 位移偏大。

图 17~19 为两种计算模式下劲性骨架上下弦杆应力、整体竖向位移的相对误差。3 个计算变量的相对误差基本在 10% 以内, 个别节点较大, 这是由于变量绝对值本身较小。

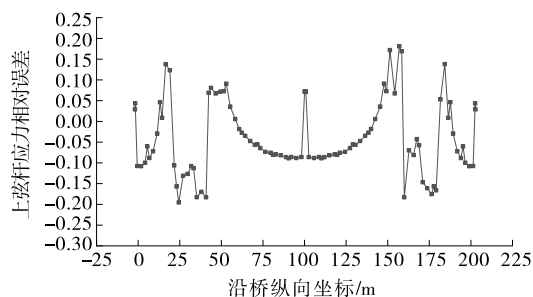


图 17 两种模式下拱圈合龙时上弦杆应力相对误差

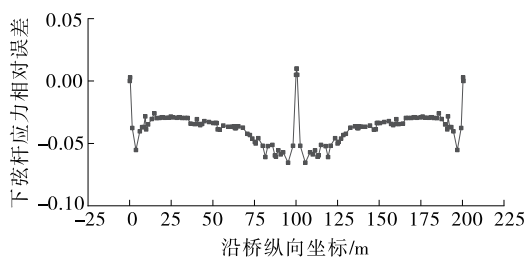


图 18 两种模式下拱圈合龙时下弦杆应力相对误差

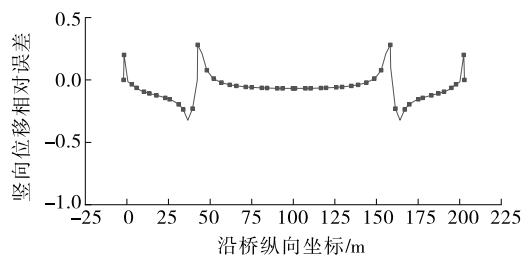


图 19 两种模式下拱圈合龙时竖向位移相对误差

综上, 与传统计算模式相比, 本文提出的简化计算模式具有计算理论明确、方法简单、计算效率高等优点, 计算误差满足施工精度要求, 可快速指导施工。特别是在进行施工阶段分析时, 可节约大量时间。

#### 4 结语

本文根据劲性骨架拱受力特点及简化原则, 提出腹杆转换为拟腹板的膜化过程; 基于剪切应变能量互等原理, 推导劲性骨架拱腹杆膜化为拟腹板时板厚计算公式。以实际工程为背景, 利用有限元软件对比分析精确计算、简化计算两种模式下拱圈最大悬臂阶段和合龙状态时上下弦杆应力、竖向位移的分布情况, 结果显示两者吻合程度较高。简化模型的建模速度比精确模型快, 且单元数量减少约 1 650 个, 在不失计算准确性的前提下, 计算效率大幅度提高。该简化计算模式是同类型大跨径拱桥静力分析中快速有效的数值计算方法。

#### 参考文献:

- [1] OKUMURA T, WATANABE H. An investigation of truss bridges under torsional loading[J]. Transactions of the Japan Society of Civil Engineers, 1965, 1965(121): 1-9.
- [2] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1992.
- [3] GILTNER B, KASSIMALI A. Equivalent beam method for trusses[J]. Practice Periodical on Structural Design and Construction, 2000, 5(2): 70-77.
- [4] 贺拥军, 周绪红, 董石麟. 交叉立体桁架系巨型网格结构的简化算法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2006, 33(2): 14-17.
- [5] 陈玉骥. 下承式钢桁结合梁在双线对称荷载作用下的近似解[J]. 铁道学报, 2008, 30(1): 48-52.
- [6] 周绪红, 秦凤江, 狄瑾, 等. 基于能量原理的板桁结合型加劲梁连续化分析方法[J]. 中国公路学报, 2014, 27(6): 34-43.

(下转第 112 页)