DOI:10.20035/j.issn.1671-2668.2024.05.025

**引用格式:**肖勇刚,殷乾峻,张家滨.基于小波包能量传递比曲率差的桥梁损伤识别研究[J].公路与汽运,2024,40(5):141-146. **Citation**:XIAO Yonggang,YIN Qianjun,ZHANG Jiabin.Research on bridge damage identification based on wavelet packet energy transfer ratio curvature difference[J].Highways & Automotive Applications,2024,40(5):141-146.

# 基于小波包能量传递比曲率差的桥梁 损伤识别研究\*

## 肖勇刚,殷乾峻,张家滨

(长沙理工大学 土木工程学院,湖南 长沙 401114)

摘要:为实现桥梁在未知荷载作用下损伤位置识别,提出一种基于小波包能量传递比曲率差的桥梁损伤识别方法,采用小波包能量、振动响应传递比函数,结合曲率推导小波包能量传递比曲率差的损伤指标,减小外激励和频带选择范围的影响;将广东韶关韶州大桥的仿真分析结果与实测数据相结合,对该方法的有效性进行验证,并分析测点疏密程度对桥梁损伤位置和损伤程度识别的影响。结果表明,利用小波包能量传递比曲率差损伤指标能精确进行桥梁损伤识别;测点布置较疏对桥梁损伤定位识别没有影响,但对损伤程度识别有一定影响。

关键词:桥梁;损伤识别;小波包能量;振动响应传递比函数;曲率

**中图分类号:**U445.7 文献标志码:A

目前对桥梁损伤识别方法的研究主要基于结构 的振动响应信号,通过从响应信号中提取对桥梁损 伤较敏感的特征识别桥梁损伤位置、损伤程度。基 于响应信号的桥梁损伤识别方法主要有基于小波变 换的识别方法、基于振动响应传递比函数的识别方 法、基于模态振型的识别方法、基于结构固有频率的 识别方法、基于频响函数的识别方法等。小波分析 的优势是多分辨率分析,且小波分析在时域和频域 都可以表征信号特征,十分适用于桥梁损伤识别。 彭晖等通过压电传感器测量得到结构电效应信号, 利用小波包能量处理该电信号,得出结构在相同损 伤下加载荷载等级越高,损伤指标值越大,且变化越 明显[1]。翁璞等通过小波变换计算相对小波熵,对 混凝土简支梁进行了损伤识别定位[2]。葛继平等提 出了小波包能量累积变异指标,并在连续梁桥试验 模型中验证了利用该指标进行损伤识别的有效 性[3]。余竹等提出了小波包能量曲率差指标,并在 简支梁桥试验模型中验证了利用该指标进行损伤识 别的有效性,分析了测点疏密程度对损伤识别效果 的影响<sup>[4]</sup>。刘习军等提出采用能量较大的小波包能 量作为损伤指标,并验证了其有效性[5]。辛晨等提 出小波包能量变化率指标,并通过斜拉桥主梁仿真 分析验证了该指标的有效性<sup>[6]</sup>。杨婷婷等提出小波 包能量方差变化率指标,用于桥梁损伤识别<sup>[7]</sup>。罗 辉等结合小波包能量谱法,提出了一种基于分布式 识别策略的损伤位置识别方法<sup>[8]</sup>。这些方法大都基 于桥梁损伤前后荷载已知且相等的情况,其应用范 围局限于仿真分析或模型试验。

**文章编号:**1671-2668(2024)05-0141-06

传递比函数在结构损伤识别中的应用也较广泛。 Schulz M. J.等将结构损伤前后状态对应的传递比函 数的差值在特定频带内进行积分,得到了新的损伤指 标<sup>[9]</sup>。Maia N. M. M.等研究了振动传递比在进行结 构损伤定位和确定结构损伤程度中的可行性,并构建 了传递比函数向量置信准则<sup>[10]</sup>。Johnson T. J.等以 传递比函数为损伤指标,实现了结构损伤定位,确定 了损伤程度<sup>[11]</sup>。这些方法需进行特定的频带选择, 如果频带选择不合理,则所得结果无效。

为减小外激励及频带范围选择的影响,有学者 将小波包能量传递比应用于结构损伤识别。刘丽君 等提出小波包能量传递比指标,并通过仿真分析验 证了利用该指标进行连续桥和拱桥损伤识别的有 效性<sup>[12]</sup>。刘杰等提出小波包能量传递率变异系数,

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52208459)

式(9)计算。

响应信号。

 $E_j^i = \int_{-\infty}^{+\infty} f_j^i(t)^2 \mathrm{d}t$ 

1.2 小波包能量传递比

 $E_{j,k}^{i} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{j,k}^{i}(t)^{2} dt$ 

(8)

(9)

并通过仿真分析验证了利用该指标识别斜拉桥损伤 程度和损伤位置的有效性<sup>[13]</sup>。本文利用小波包能 量减小频带选择的影响,通过传递比减小损伤前后 桥梁不同激励的影响,通过曲率差扩大识别效果,实 现桥梁损伤前后在不同环境激励下的损伤识别,并 分析测点设置疏密程度对桥梁损伤识别的影响。

# 1 小波包能量传递比曲率差方法

## 1.1 小波包分析理论

小波包分析将每层所有子带均匀一分为二,对 高频段和低频段都进行分解。小波包函数一般用  $\phi_{i,k}^{i}$ 表示,其表达式为:

$$\psi_{j,k}^{i}(t) = 2^{j/2} \psi^{i}(2^{j}t - k)$$
(1)

式中:*i*、*j*、*k*、*t*分别表示小波包函数的频程参数、尺度参数、平移参数和时间。

给定桥梁一个时频响应信号 f(t),经 j 水平的 小波包分解后表示为:

$$f(t) = \sum_{i=1}^{2j} f_j^i(t)$$
 (2)

小波包组分信号  $f_{j}^{i}(t)$ 可表示为小波包函数的 线性组合:

$$f_{j}^{i}(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_{j,k}^{i}(t) \psi_{j,k}^{i}(t)$$
(3)

式中:c<sup>i</sup><sub>j,k</sub>为小波包系数,按式(4)计算。

$$c_{j,k}^{i} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}^{i}(t) dt$$
(4)

$$\psi_{j,k}^{m}(t)\psi_{j,k}^{n}(t)=0$$
(5)
小波包能量定义为:

$$E_{j} = \int_{-\infty}^{+\infty} f^{2}(t) dt = \sum_{m=1}^{2i} \sum_{n=1}^{2j} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{j}^{m}(t) f_{j}^{n}(t) dt$$

$$E_{j} = \sum_{i=1}^{2j} E_{j}^{i} = \sum_{i=1}^{2j} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{j}^{i}(t)^{2} dt$$
(7)

> 假定  $f_o(t)$ 、 $f_p(t)$ 分别为结构动力系统 o 测 点、p 测点的响应信号,振动响应传递比可定义为:

> 式中: $E_i$ 为时频响应信号 f(t)在 i 层分解后各分

解频段能量总和:E:为第 i 小波包分解层下第 i 频

段内的信号分量能量,按式(8)计算;E:"为第 i 分

解层下第*i* 频段内的第*k* 个测点分量的能量,按

式中: $f_{i,k}^i$ 为第j分解层下第i频段内第k个测点的

传递比函数表示结构输出响应和输出响应之间 的关系,即相邻2个测点的输出响应之比,运用该指

$$T_{o,p}(\omega) = \frac{S_o(\omega)}{S_p(\omega)}$$
(10)

式中: $S_o(\omega)$ 、 $S_p(\omega)$ 分别为系统 o 测点、p 测点响 应的傅里叶变换系数。

当系统作用多点外激励载荷时,其振动响应传 递比为:

$$T_{o,p}(\omega) = \frac{S_o(\omega)}{S_p(\omega)} = \frac{\sum_{m=1}^{n} H_{o,m}(\omega) F_m(\omega)}{\sum_{m=1}^{n} H_{i,m}(\omega) F_m(\omega)} \quad (11)$$

式中: $H_{o,m}(\omega)$ 为反映o,m系统输入与输出之间关系的频响函数; $F_m(\omega)$ 为作用于m自由度外部激励的傅里叶变换系数;n为作用于系统的激励点个数; $H_{i,m}(\omega)$ 为反映i,m系统输入与输出之间关系的频响函数。

在系统极点处:

$$\lim T_{o,p}(\omega) = \frac{\phi_{o,d}L_{1,d}^{T}F_{1}(\omega) + \phi_{o,d}L_{2,d}^{T}F_{2}(\omega) + \dots + \phi_{o,d}L_{n,d}^{T}F_{n}(\omega)}{\phi_{p,d}L_{1,d}^{T}F_{1}(\omega) + \phi_{p,d}L_{2,d}^{T}F_{2}(\omega) + \dots + \phi_{p,d}L_{n,d}^{T}F_{n}(\omega)} = \frac{\phi_{o,d}}{\phi_{p,d}}$$
(12)

(6)

式中: $\phi_{o,d}$ 为o测点的第d阶振型分量; $L_{n,d}$ 为点n的第d阶模态参与系数; $\phi_{p,d}$ 为p测点的第d阶振型分量。

根据式(11)、式(12),对于多点激励下桥梁结构 振动响应传递比 *T*<sub>o,p</sub>(ω),一般情况下无法消除外 激励的影响,但在系统极点处,其值表示两测点的振型比值,而与多点外激励荷载的位置、大小等无关。

以小波包能量为指标的损伤识别,要求工程结构损伤前后的外激励一致,而这在实际工程中较难 实现。因此,有学者提出小波包能量传递比损伤指 标,该指标将小波包能量和传递比函数相结合,可改 善小波包能量需前后外激励一致的问题和传递比函 数需选择特定频带的问题,可减小外激励和频带选 择的影响。

小波包能量传递比表示为:

$$T_{j,(k+1,k)}^{i} = \frac{\int_{-\infty}^{1} f_{j,k+1}^{i}(t)^{2} dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{j,k}^{i}(t)^{2} dt} = \frac{E_{j,k+1}^{i}}{E_{j,k}^{i}}$$
(13)

式中:*T<sup>i</sup><sub>j</sub>*<sub>(k+1,k)</sub>表示小波包第 *j* 分解层下第 *i* 频段 内第 *k* +1 个测点和第 *k* 个测点的小波包能量传 递比。

1.3 小波包能量传递比曲率差损伤指标

曲率一般由变量的二阶拆分,即斜率的变化率 得到。不等间距情况下曲率 K<sub>a</sub>求解公式为:

$$K_{a} = \frac{(y_{a+1} - y_{a})/h_{a+1,a} - (y_{a} - y_{a-1})/h_{a,a-1}}{(h_{a+1,a} + h_{a,a-1})/2}$$

式中: y<sub>a</sub> 表示节点 a 的数值大小; h<sub>a+1,a</sub> 表示节点 a +1 与节点 a 之间的间距。

为扩大识别效果,运用曲率方法进行分析。小 波包能量传递比曲率定义为:

 $K_{j,k}^{i} =$ 

$$\frac{\frac{T_{j,(k+2,k+1)}^{i}-T_{j,(k+1,k)}^{i}-\frac{T_{j,(k+1,k)}^{i}-T_{j,(k,k-1)}^{i}}{h_{k+1,k}}}{\frac{h_{k+1,k}+h_{k,k-1}}{2}}$$

(15)

(14)

式中:K<sup>i</sup><sub>j,k</sub>表示小波包第 j 分解层下第 i 频段内第 k 个测点的小波包能量传递比曲率。

小波包能量传递比曲率差 D<sub>II</sub>为:

$$D_{\rm DI} = \sum_{i=1}^{2j} \left( K_{j,k}^{id} - K_{j,k}^{iu} \right) \tag{16}$$

式中:K<sup>iii</sup>, K<sup>iii</sup>, K<sup>iii</sup>, 分别表示桥梁损伤前后 k 测点的小 波包能量传递比曲率。

# 2 斜拉桥主梁损伤识别

## 2.1 工程概况及有限元模型建立

广东韶关韶州大桥为双向八车道城市主干道桥 梁,设计速度 60 km/h,采用半漂浮体系,为拱形独 塔双索面钢-混凝土混合梁斜拉桥。主塔为拱形多 曲率变截面独塔,高 109.5 m,塔身设置有纵向和环 向预应力体系。斜拉索锚固端设置 2×13 对斜拉 索;主塔北侧混凝土梁上设置7对斜拉索,钢箱梁上 设置6对斜拉索;主塔南侧钢箱梁上设置13对斜拉 索。主桥跨径L布置为33m+102m+183m,宽 度为44.5m。主梁为钢-混凝土混合梁,主跨183m 和次边跨85m为钢箱梁,配重段50m为混凝土箱 梁,连接处为薄弱部位。

通过通用有限元软件 MIDAS/Civil 2021 构建 该桥模型,全桥共划分为 508 个节点、480 个单元。 斜拉索的单元类型为只受拉桁架单元,塔和梁的单 元类型均为普通梁单元,斜拉索锚固端分别与塔柱、 主梁节点刚性连接。有限元模型见图 1。



图 1 韶州大桥有限元模型

在主梁关键节点处[混凝土段跨中、钢-混结合 段、北岸1/4、北岸1/2(分别为桥梁北端到桥梁主塔 1/4、1/2位置)、南岸1/4、南岸1/2、南岸3/4(分别 为桥梁主塔到桥梁南段1/4、1/2、3/4位置)]和关键 节点前后布置16个加速度测点,在11<sup>#</sup>测点和 6<sup>#</sup>测点设置损伤对比区域,加速度传感器布置于主 梁下游侧(见图2)。



## 2.2 小波包能量传递比曲率差损伤指标

2.2.1 损伤工况设置

通过降低单元刚度的方法模拟桥梁结构损伤, 单元刚度折减设为折减 10%、折减 20%、折减 30% 和无损伤 4 种情况,结合单节点损伤和多节点损伤 两种损伤位置,设置 6 种损伤工况(见表 1)。

2.2.2 小波包基和分解层级的选择

小波函数种类多样,进行信号分析处理时采用的小波函数主要有 Haar 小波、Daubechies 小波、 Coiflets 小波、Symlets 小波、Morlet 小波、Mexican Hat 小波、Meyer 小波,其主要特点见表 2。

损伤工况编号	损伤位置	损伤程度/%
工况一	无	无
工况二	11 # 测点单元	10
工况三	11 # 测点单元	20
工况四	11 # 测点单元	30
工况五	6*、11*测点单元	10
工况六	6 <sup>#</sup> 、11 <sup>#</sup> 测点单元	20

表1 主梁损伤工况设置

#### 表 2 常见小波基及其主要特点

小波名称	正交性	双正	紧支	消失矩	完全
		交性	撑性	阶数	重建
Haar	有	有	有	1	有
Daubechies	有	有	有	N	有
Coiflets	有	有	有	2N	有
Symlets	有	有	有	N	有
Morlet	无	无	无		无
Mexican Hat	无	无	无		有
Meyer	有	有	无		有

熵是衡量信号规律性的指标数,熵值越低,信号 规律性越明显。对信号进行分析处理时,需根据信 号特征即熵值大小选择合适的小波基。

对该桥加速度响应信号进行分析,需采用具有 正交性、时域上局域性和无损性的小波函数。综合 考虑小波函数的各项特征,选择 Daubechies 作为该 桥数据分析的小波基函数。计算不同小波包基在不 同分解层次下的 Shannon 熵及运行时间,综合考虑 代价函数值和运行时间,选择 Db30 小波基及 4 层 分解层级。

2.2.3 损伤位置识别

桥梁结构存在损伤时,给定一个外激励,相对于 未损伤的桥梁结构,受损位置的动力响应数据会发 生变化,在某个小波包系数中表现较明显,受损位置 的小波包能量变化较大,而其他位置的小波包能量 几乎没有改变。小波包能量传递比曲率差值在受损 位置和受损位置两侧测点的变化最大,且两侧测点 为负值,可利用该指标进行损伤位置识别。

以 11<sup>\*</sup>测点单元刚度折减 10%为例进行分析。 桥梁结构出现损伤时,给定一个外激励荷载,相比于 未损伤的桥梁结构,若 11<sup>\*</sup>测点单元的加速度响应 小波包能量增大,且增大程度大于其他位置的小波 包能量,则该测点前后的小波包能量传递比分别减 小和增大。带入小波包能量传递比曲率,计算损伤 指标小波包能量传递比曲率差,得出 11"测点的小 波包能量传递比曲率差增大,10"测点、12"测点的 小波包能量传递比曲率差减小,且为负值,11"测点 和 12"测点的小波包能量传递比曲率差幅值比与 10"测点的幅值大,据此可判定 11"测点单元已发 牛损伤(见图 3~7)。





## 2.3 测点疏密的影响分析

为考察有限元模型中测点布置疏密对损伤识别 结果的影响,采用2种测点布置方法分别进行桥梁 损伤识别。第一种方法的测点布置较疏,共布置 7个加速度响应测点,分别布置在斜拉桥关键节点 混凝土段跨中、钢-混结合段、北岸1/4、北岸1/2、南 岸1/4、南岸1/2、南岸3/4处。第二种方法为正常 布置,共布置16个加速度响应测点,布置在斜拉桥 关键节点处和关键节点前后位置。通过 MIDAS/ Civil 时程分析,得到两种布置方法下各测点的加速 度时程数据,然后在 MATLAB 中计算小波包能量 传递比曲率差,基于仿真分析数值模拟得到的损伤 识别结果见图8、图9。



由图 8、图 9 可知:对于单节点损伤,测点布置

不论疏密程度如何,都能对该桥进行损伤定位,但测 点布置疏密程度会对损伤程度识别产生一定影响。 测点布置较疏时,不同损伤工况下损伤指标值非常 接近,难以判断损伤程度;测点布置正常(测点布置 较密)时,损伤指标在不同损伤程度下相差较大,且 与损伤程度接近线性关系,损伤程度越大,损伤指标 值也越大。可见,测点布置越密集,越能对桥梁损伤 程度进行可靠识别。

## 2.4 实桥测量数据结合

在韶州大桥主梁布置 7 个加速度响应测点,分 别布置在关键节点混凝土段跨中、钢-混结合段、北 岸 1/4、北岸 1/2、南岸 1/4、南岸 1/2、南岸 3/4 处。 通过 7 个加速度传感器分别提取成桥时和运营期主 梁上 60 s 加速度响应信号,利用 MATLAB 对成桥 时加速度响应信号和运营期加速度响应信号进行分 析处理,分别进行小波包分解与重构,求得小波包能 量传递比曲率差。结合单节点 10%、20%损伤时仿 真分析所得加速度信号数据进行损伤识别对比,结 果见图 10~12。



结合 2.2.3 节的分析,图 10 中损伤指标值近似 于零,判断实桥目前暂未产生损伤;由图 11、图 12 判断 5<sup>#</sup>测点即南岸 1/4 处附近产生损伤,符合数值 模拟中 11<sup>#</sup> 测点单元(对应南岸 1/4 处附近)在 10%、20%损伤工况(对应工况二、工况三)下的预期 结果。

# 3 结论

本文提出基于小波包能量传递比曲率差的桥梁 损伤识别方法,通过对韶州大桥的仿真分析与实测 数据的分析处理,得出如下结论:

(1)基于小波包能量传递比曲率差的损伤识别 方法可减小桥梁损伤识别过程中外激励大小和位置 的影响及频带范围选择的影响,能准确识别韶州大 桥主梁损伤位置。

(2)在不同损伤程度和单节、多节点损伤情况下,采用基于小波包能量传递比曲率差的损伤识别方法均能识别韶州大桥主梁损伤位置。

(3)在测点布置较疏和测点正常布置的情况下,采用基于小波包能量传递比曲率差的损伤识别 方法均能对桥梁损伤位置进行识别,且测点越密集, 越能对桥梁损伤程度进行可靠识别。

## 参考文献:

- [1] 彭晖,曾清华,张明.基于智能压电传感器的节段砼界 面损伤检测[J].公路与汽运,2021(3):132-134+139.
- [2] 翁璞,彭海雁.基于相对小波熵和神经网络的结构损伤 识别[J].公路与汽运,2014(4):174-177.
- [3] 葛继平,李胡生.基于小波包能量累积变异的梁桥损伤 识别试验[J].振动、测试与诊断,2011,31(1):85-88.
- [4] 余竹,夏禾,GOICOLEA J M,等.基于小波包能量曲率

### (上接第140页)

- [15] HULSEY J L, HORAZDOVSKY J E, DAVIS D, et al.Seasonally frozen soil effects on the seismic performance of highway bridges [R]. Fairbanks: Rep. FHWA-AK-RD-10-02, Alaska University Transportation Center, AK, 2011.
- [16] 刘晋超,熊根,朱斌,等.砂土海床中大直径单桩水平 承载与变形特性[J].岩土力学,2015,36(2):591-599.
- [17] 黑龙江省寒地建筑科学研究院大连阿尔滨集团有限 公司.冻土地区建筑地基基础设计规范:JGJ 118— 2011[S].北京:中国建筑工业出版社,2012.

差法的桥梁损伤识别试验研究[J].振动与冲击,2013, 32(5):20-25.

- [5] 刘习军,商开然,张素侠,等.基于改进小波包能量的梁 式结构损伤识别[J].振动与冲击,2016,35(13):179-185+200.
- [6] 辛晨,周筱航,周彪.基于小波包能量变化率的斜拉桥 损伤识别浅析[J].四川建筑,2017,37(5):149-152+ 156.
- [7] 杨婷婷,李岩,林雪琦.基于车辆制动激励和小波包能 量分析的连续梁桥基础冲刷识别方法[J].中国公路学 报,2021,34(4):51-60.
- [8] 罗辉,胡嫚嫚,刘雨彤,等.基于小波包能量谱的盾构隧 道结构损伤识别分析[J].建筑结构学报,2018,39(增 刊 2):306-314.
- [9] SCHULZ M J, NASER A S, PAI P F, et al. Detecting structural damage using transmittance functions [J]. Proceedings of the International Modal Analysis Conference-IMAC, 1997, 1:638-644.
- [10] MAIA N M M, ALMEIDA R A B, URGUEIRA A P V, et al. Damage detection and quantification using transmissibility[J].Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(7):2475-2483.
- [11] JOHNSON T J, ADAMS D E. Transmissibility as a differential indicator of structural damage[J].Journal of Vibration and Acoustics, 2002, 124(4):634-641.
- [12] 刘丽君,刘伟峰.基于小波包和传递比函数的桥梁结 构在未知地震作用下的损伤识别[J].厦门大学学 报(自然科学版),2022,61(2):308-313.
- [13] 刘杰,郑伟芸,刘庆宽,等.小波包能量传递率变异系数的斜拉桥损伤识别[J].土木工程学报,2023,56(8): 37-46.

收稿日期:2023-04-04

- [18] HAYNES F D, KARALIUS J A. Effect of temperature on the strength of frozen silt[R]. Cold Regions Research and Engineering Lab Hanover NH, 1977.
- [19] ZHAO H, JOEY Y, LI Q, et al. Seasonally frozen soil effects on the dynamic behavior of highway bridges[J]. Sciences in Cold and Arid Regions, 2012, 4(1):13-20.
- [20] 贾晓云,朱永全,李文江.高原冻土区桩基施工温度场 研究[J].岩土力学,2004,25(7):1139-1142.

收稿日期:2023-02-08