考虑断续节理力学特性的岩体损伤本构模型

张鹏[1]，陈超[2]

(1.江西赣粤高速公路工程有限责任公司，江西 南昌 330013;2.江西省建科工程技术有限公司，江西 南昌 330000)

摘要：以具有断续节理的岩体为初始损伤状态，引入损伤阈值和损伤折减系数，综合考虑细观损伤和宏观损伤的存在，基于 Lemaitre 等效应变假设，得到了宏观和细观损伤耦合的本构方程，并借用前人的室内试验数据进行了验证。结果表明，断续节理宏观损伤变量与其受力状态密切相关，由于节理上下表面通常介于张开和完全闭合之间，折减系数通常为[0,1]；基于能量等价原理，根据断裂强度因子表达宏观损伤变量，由于试件尺寸的有限性，多条节理间的Ⅰ型和Ⅱ型有效应力强度因子的修正系数存在较大差别，不可采用相同的修正系数，而应根据试件的几何裂隙参数具体分析，以免引起宏观损伤变量失真；宏观损伤计算中，节理有效强度因子引入受力状态修正系数 c 和分布几何修正系数 ζ，可克服传统面积损伤定义的不足，使计算结果更准确。

关键词：隧道；岩体损伤；断续节理；本构模型

中图分类号：U451　**文献标志码**：A　**文章编号**：1671－2668(2017)04－0180－05

工程建设中的围岩多含有裂隙、节理等初始损伤，在外力作用下的破坏性质受其内部结构因素的影响，多表现出各向异性的特征。自 Lemaitre 提出有效应力和等效应变以来，很多学者假设岩石单元强度服从一定的函数分布，基于细观损伤变量的概念推导出了一系列统计损伤本构方程。如：曹文贵等假设岩石单元强度服从正态函数和 Weibull 函数，得出了统计损伤本构方程；赵怡晴等基于 Lemaitre 等效应变假设，推导了考虑宏观和细观耦合的复合损伤变量，建立了节理岩体复合损伤本构模型；韦立德等利用考虑损伤和无损岩石塑性变形的 Helmholtz 自由比能函数，运用连续损伤力学方法推导了考虑损伤和完整岩块的塑性变形耦合的弹塑性本构方程；曹文贵等将岩石材料分为破坏和未破坏两部分，根据其受力情况的不同，运用岩石材料破坏和屈服的能量原理建立了岩石损伤本构方程。

由于现实中的岩体都具有一定的节理，研究细观损伤和宏观损伤耦合的本构模型更具有意义。根据损伤变量的含义，岩石细观损伤并非在加载初期产生，当应力达到一定程度时才会产生细观损伤，即岩石材料的细观损伤存在一个阈值问题。由于室内试验试件尺寸的有限性，岩石的宏观损伤不仅要考虑节理几何特征和裂隙间的力学特征，还应考虑节理在试件中的分布特征。已发表的损伤本构模型往往在计算细观和宏观损伤变量时考虑不全面。赵怡晴等的耦合损伤本构模型中，细观损伤变量未考虑损伤阈值的影响、宏观损伤变量未考虑节理间的力学特性和分布特征的影响；陈文玲等的宏观损伤变量考虑了节理几何特征和裂隙间力学特征的影响，多条节理间Ⅰ型和Ⅱ型强度因子采用相同的修正系数，推导了裂隙张开和闭合两种状态的损伤变量表达式，但未考虑试件尺寸的有限性对修正系数的影响。该文在前人研究的基础上，对细观损伤采用米赛斯准则引入损伤阈值和折减系数的影响，宏观节理损伤变量则借鉴陈文玲等的思路，引入无量纲修正因子，以反映节理受力状态和节理分布几何特征对有效强度因子的影响；根据修正后的宏观损伤变量和细观损伤变量，基于 Lemaitre 等效应变假设，建立宏观损伤和细观缺陷损伤耦合的本构模型，并对模型的合理性进行验证。

1　细观损伤演化本构模型

按照统计损伤模型的观点，目前常引入损伤变量 D_1 表示岩石损伤破坏的过程，$D_1=0$ 表示岩石没有损伤，$D_1=1$ 表示岩石完全破损，假设单元强度服从某一密度函数，并以此计算岩石的损伤变量。

参照文献[3]，岩石的强度按 Weibull 统计概率密度分布，其表达式为：

$$P(F)=\frac{m}{F_0}\left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1}\exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^{m}\right] \tag{1}$$

式中：m、F_0 为与岩石相关的参数。

设微元体的总数目为 N，破坏的微元数目为

N_f，则损伤变量的定义为：

$$D_1 = \frac{N_f}{N} = \int_0^F P(x)\mathrm{d}x = 1 - \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)\right]^m \tag{2}$$

根据 Lemaitre 的假设，可得：

$$\sigma_i = \sigma_i'(1 - D_1) \tag{3}$$

式中：σ_i 为名义应力；σ_i' 为有效应力。

假定未破坏的岩石依然服从胡克定律，可得：

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1(1 - D_1') \tag{4}$$

式中：E、ε 分别表示损伤的完整岩石的弹性模量和应变。

将式(2)、式(3)代入式(4)，根据广义胡克定律，可得损伤统计的本构方程：

$$\sigma_i = E\varepsilon_i \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)\right]^m + \mu(\sigma_j + \sigma_k) \tag{5}$$

采用 M－C 准则，设有效主应力 $\sigma_1' \geqslant \sigma_2' \geqslant \sigma_3'$，可得：

$$F = \sigma_1' - \sigma_3' - (\sigma_1' + \sigma_3')\sin\gamma = 2c\cos\gamma \tag{6}$$

式中：c、γ 分别为材料的粘聚力和摩擦角。

由式(6)可知，当 $\sigma_1' = \sigma_3'$ 时，即使静水压力达到无穷大，岩石材料也不会出现损伤，显然与实际不符。为此，同时采用米赛斯破坏准则，其表达式为：

$$F = \alpha I_1 + (J_2)^{1/2} = k \tag{7}$$

式中：$I_1 = 3/2(\sigma_1' + \sigma_3') - 3\alpha(J_2)^{1/2}$；$J_2 = [1/4 \times (\sigma_1' - \sigma_3')^2]/(1 - 3\alpha^2)$；$\alpha = \sin\gamma/[\sqrt{3}\,(3 + \sin^2\gamma)^{1/2}]$；$k = 3c\cos\gamma/[\sqrt{3}\,(3 + \sin^2\gamma)^{1/2}]$。

将式(7)代入式(5)，可得细观损伤统计本构方程。按照式(8)和式(9)，通过名义应力和轴向应变可计算出有效应力：

$$\sigma_1' = \frac{E\varepsilon_1\sigma_1}{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3} \tag{8}$$

$$\sigma_3' = \frac{E\varepsilon_1\sigma_3}{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3} \tag{9}$$

2　宏观损伤本构方程

宏观节理损伤变量具有明显的各向异性，它与节理的几何特征(倾角、深度、长度、数量等)和力学特性密切相关，还需考虑试件尺寸效应的影响。目前多基于损伤力学理论，将损伤等效为弹性模量的弱化，其力学特征仍符合胡克定律。节理岩体的宏观损伤本构关系可表示为：

$$[E] = [I - \Omega_2][E_0] \tag{10}$$

式中：E 和 E_0 分别为宏观损伤岩体、无缺陷岩石的弹性模量；I 为单位张量；Ω_2 为岩体的损伤张量。

岩体节理损伤张量计算的关键在于损伤变量 D_2 的计算，由于岩体中的节理多为非贯通，为使计算分析结果更接近实际，在陈文玲关于单轴应力损伤变量分析的基础上引入无量纲修正因子，考虑有限尺寸试件中裂隙几何分布特征的影响，推导考虑反映裂隙尖端应力常集中和裂隙间相互影响的损伤变量表达式。

根据断裂力学理论，对于平面应变问题，弹性体因单个节理存在而引起的附加应变能 U_1 为：

$$U_1 = \int_0^A G\mathrm{d}A = \frac{1-\mu^2}{E}\int_0^A \left(K_{\mathrm{I}}^2 + K_{\mathrm{II}}^2 + \frac{1}{1-\mu}K_{\mathrm{III}}^2\right)\mathrm{d}A \tag{11}$$

式中：G 为节理尖端能量释放率；E、μ 分别为完整岩石的弹性模量和泊松比；K_{I}、K_{II}、K_{III} 分别为节理尖端的Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ断裂因子，三轴压缩中 $K_{\mathrm{III}} = 0$；A 为节理表面积，$A = sNBa$；单边节理时 $s = 1$，中心节理时 $s = 2$；N 为节理个数；B 为节理深度；a 为节理的半长度。

三轴应力作用下，节理的能量释放率可表示为：

$$Y = -\frac{\bar{\sigma}^2}{2E(1 - D_2)^2}H \tag{12}$$

式中：$\bar{\sigma} = 1/\sqrt{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{1/2}$；$H = 2/3(1 + \mu) + 3(1 - 2\mu)(\sigma_m/\bar{\sigma})^2$；$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$。

对于单轴压缩，$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$，由式(12)可得单轴应力下的节理能量释放率为：

$$Y = -\frac{\sigma_1^2}{2E\,(1 - D_2)^2} \tag{13}$$

岩体中单位体积的弹性应变能 U_e 可表示为：

$$U_e = -(1 - D_2)Y \tag{14}$$

将式(13)代入式(14)，得：

$$U_e = \frac{\sigma_1^2}{2E(1 - D_2)} \tag{15}$$

对于不含节理的岩石，令式(15)中 $D_2 = 0$，得：

$$U_e^0 = \frac{\sigma_1^2}{2E} \tag{16}$$

假设研究材料的体积为 V，则因为节理的存在而引起的附加弹性应变能 U_0' 可表示为：

$$U_0' = V(U_e - U_e^0) = V\sigma_1^2\left[\frac{1}{2E\,(1 - D_2)} - \frac{1}{2E}\right] \tag{17}$$

式(17)中 U_0' 应与式(11)中的 U_1 相等,即 $U_0'=U_1$。整理后得:

$$D_2=1-\left[1+\frac{2(1-\mu^2)}{V\sigma_1^2}\int_0^A(K_{\mathrm{I}}^2+K_{\mathrm{II}}^2)\mathrm{d}A\right]^{-1} \tag{18}$$

由式(18)可看出节理损伤变量 D_2 与断裂韧度 K_{I}、K_{II} 相关。由于岩体节理的构造较复杂,为写出 K_{I}、K_{II} 的表达式,提出以下假设:1) 岩体内的节理面光滑、平顺、连续,其形状近似为矩形;2) 节理面上的应力呈均匀分布;3) 节理岩体可近似为一个弹性体,受力过程中存储的能量为弹性应变能,不考虑能量的损耗。

二维平面应变的受力见图 1,节理上下表面无相对滑动。设裂隙面上的法向应力、切向应力分别为 σ_n 和 τ_n,节理面上的有效法向应力和切向应力分别为 σ_n^* 和 τ_n^*,根据二维远场应力状态分析,可得:

$$\sigma_n=\sigma_1\cos^2\beta+\sigma_3\sin^2\beta \tag{19}$$

$$\tau_n=(\sigma_1-\sigma_3)\sin\beta\cos\beta \tag{20}$$

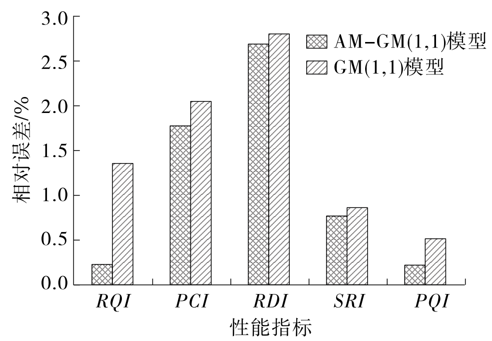


图 1　单裂隙受力简图

由于节理中常含有填充物,节理面上有效应力与名义应力不相等,设切向应力折减系数为 $c_t(0\leqslant c_t\leqslant 1)$、法向应力折减系数为 $c_n(0\leqslant c_n\leqslant 1)$,则有效应力可表示为:

$$\sigma_n^*=c_n\sigma_n=c_n(\sigma_1\cos^2\beta+\sigma_3\sin^2\beta) \tag{21}$$

$$\tau_n^*=c_t\tau_n=c_t(\sigma_1-\sigma_3)\sin\beta\cos\beta \tag{22}$$

由于试件尺寸是有限的,计算有效应力强度因子时需考虑节理在试件中的分布特征,节理为多条时还需考虑节理间的相互影响系数。假设 ζ_1、ζ_2 分别为Ⅰ型和Ⅱ型应力强度因子考虑裂纹特征、加载条件、多条节理间相互影响及分布几何特征的无量纲修正因子,则有效应力强度因子为:

$$K_{\mathrm{I}}=\zeta_1\sigma_n^*\sqrt{\pi a}=\zeta_1 c_n(\sigma_1\cos^2\beta+\sigma_3\sin^2\beta)\sqrt{\pi a} \tag{23}$$

$$K_{\mathrm{II}}=\zeta_2\tau_n^*\sqrt{\pi a}=\zeta_2 c_t(\sigma_1-\sigma_3)\sin\beta\cos\beta\sqrt{\pi a} \tag{24}$$

单轴压缩时,$\sigma_3=0$,有:

$$K_{\mathrm{I}}=\zeta_1 c_n\sigma_1\cos^2\beta\sqrt{\pi a} \tag{25}$$

$$K_{\mathrm{II}}=\zeta_2 c_t\sigma_1\sin\beta\cos\beta\sqrt{\pi a} \tag{26}$$

岩体中的裂隙分布较复杂,为便于分析,按照概率统计简化为多排等间距分布的裂隙,裂隙的几何参数见图 2。

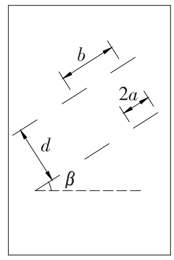


图 2　非贯通裂隙示意图

对于式(25)、式(26)中的 ζ_1 和 ζ_2,多数文献采用如下表示方法:对于单排多条节理,采用式(27)表示;对于多排多组节理,认为 $\zeta=\zeta_1=\zeta_2$,通过表 1 查得,其余值通过内插法求得。

$$\zeta_1=\zeta_2=\sqrt{\frac{2}{\pi\phi}\tan\frac{\pi}{2}\phi} \tag{27}$$

式中:ϕ 为裂隙的连通率,$\phi=2a/b$。

表 1　ζ 的值

$d/(2a)$	下列 $b/(2a)$ 时的 ζ 值				
	∞	5	2.5	1.67	1.25
∞	1.000	1.017	1.075	1.208	1.565
5.00	1.016	1.020	1.075	1.208	1.565
1.00	1.257	1.257	1.258	1.292	1.580
0.25	2.094	2.094	2.094	2.094	2.107

不难看出,式(27)和表 1 没有考虑试件尺寸的有限性,基于无限大平面,认为Ⅰ型和Ⅱ型的修正系数相同。但在有限尺寸的试件中,由于节理分布形式不同,Ⅰ型和Ⅱ型的修正系数存在差异。

将式(25)、式(26)代入式(18),得:

$$D_2=1-\left[\frac{2(1-u^2)}{V}\pi aMA\cos^2\beta\right]^{-1} \tag{28}$$

式中:$M=\zeta_1^2c_n^2\cos^2\beta+\zeta_2^2c_t^2\sin^2\beta$。

3　宏观和细观损伤耦合本构方程

根据 Lemaitre 应变等效假设,赵怡晴等推导出

宏观和细观缺陷耦合损伤计算表达式如下：

$$D_{12}=1-\frac{(1-D_1)(1-D_2)}{1-D_1D_2} \tag{29}$$

式中：D_{12} 为耦合损伤变量；D_1 为细观统计损伤变量；D_2 为节理宏观损伤变量。

细观损伤并不是加载初期就出现，而是存在一个阈值，超过该阈值后才会产生细观损伤。采用岩石微单元的屈服强度 F_s 作为阈值，低于屈服强度时细观损伤变量值为零。考虑到初始宏观损伤的存在，将损伤阈值折减为 $F_s(1-D_2)$，对式(29)进行改写，得到新的宏观和细观耦合损伤本构方程：

$$\{\sigma\}=\begin{cases}[E]D_2\{\varepsilon\}F\leqslant F_s(1-D_2)\\ [E]\dfrac{(1-D_2)(1-D_1)}{1-D_2D_1}\{\varepsilon\}\\ \qquad F>F_s(1-D_2)\end{cases} \tag{30}$$

4　计算分析及实例验证

利用文献[7]中的试验数据进行验证，模型见图3，裂隙长度为 $2a$，裂隙倾角为 α，岩桥倾角为 β，裂隙间距为 $2b$。

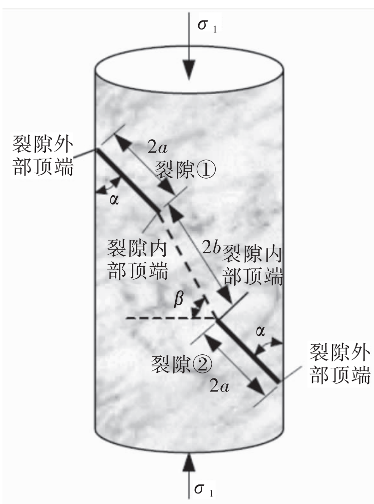


图 3　断裂预制裂隙几何分布

采用 ABAQUS 中 J 积分计算断续节理岩体的有效强度因子修正系数 ζ_1 和 ζ_2。图 4 为文献[9]中提出的模型，其中 $w=2d$，$h=2.5d$，即 $w/h=2/2.5$ 的倾斜裂隙的应力强度因子修正系数。选取 $\beta=22.5°$ 和 $45°$，应用 ABAQUS 计算强度因子修正系数，并将程序计算结果与文献[9]中结果进行对比(见图 5)，两者最大误差为 5.2%，验证了程序的准确性。说明对于不同裂隙模型，可通过 ABAQUS 计算应力强度因子修正系数。

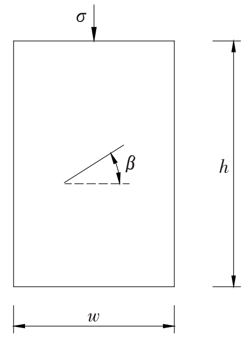
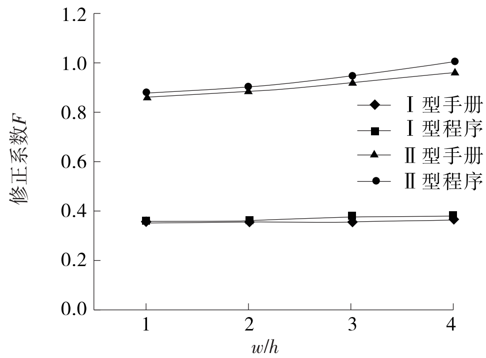
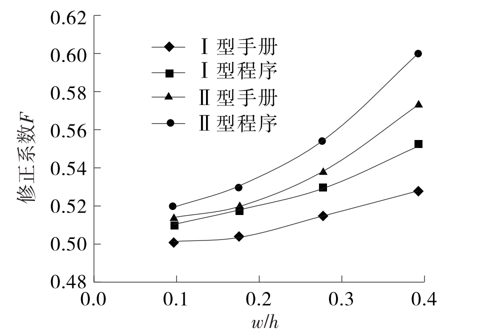


图 4　文献[9]中模型示意图



(a)　$\beta=22.5°$



(b)　$\beta=45°$

图 5　应力强度因子修正系数对比

选取原文中 4 种试样，利用 ABAQUS 计算其强度因子修正系数，结果见表 2。

表 2　强度因子修正系数计算结果

试样编号	岩桥倾角/(°)	裂隙长度/mm	裂隙间距/mm	裂隙倾角/(°)	ζ_1	ζ_2
1	60	24	33	45	1.60	1.00
2	120	24	33	45	3.15	0.70
3	75	24	33	60	1.87	1.34
4	38	24	20	45	1.53	1.17

原文中在预制裂隙中添加了软弱材料石膏，设 $c_t=1.0$，c_n 分别取 1.0、0.9、0.8、0.7、0.6，计算轴向宏观损伤变量，结果见图 6。从中可见，$c_n=0.9$ 时

的计算结果与试验结果最相符。

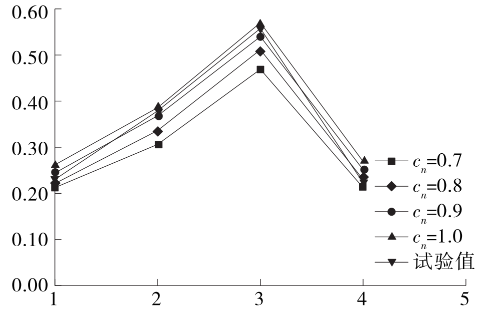


图 6 损伤变量对比

采用表 2 中的试样 1 和试样 4 室内试验数据验证耦合损伤方程即式(30)的合理性：基于米赛斯准则得到细观损伤模型参数，$m=4.93$，$F_0=94.146\ 3$；根据宏观损伤变量和不同轴向应力下的细观损伤变量，采用式(30)得到轴向应力应变计算曲线，并与室内试验曲线进行对比，结果见图 7。

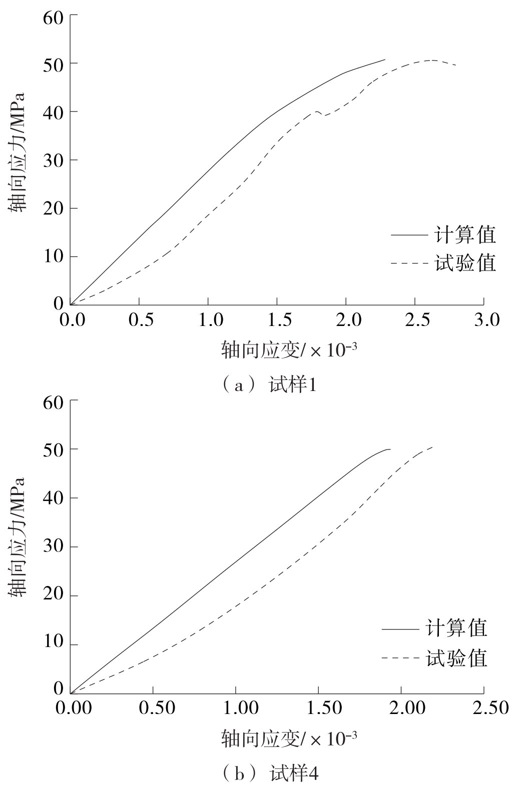


图 7 轴向应力应变拟合曲线对比

由图 7 可知：室内试件在压缩初期有一个微裂隙的闭合过程，计算曲线没有考虑裂隙压密阶段，但对弹性阶段和峰前裂纹开展阶段拟合较好。

5 结论

（1）断续节理宏观损伤变量与其受力状态有密切关系，由于节理上下表面通常介于张开和完全闭合之间，折减系数通常为[0,1]。

（2）基于能量等价原理，根据断裂强度因子表达宏观损伤变量，由于试件尺寸的有限性，多条节理间的Ⅰ型和Ⅱ型的有效应力强度因子的修正系数存在较大差别，不可采用相同的修正系数，而应根据试件的几何裂隙参数具体分析，以免引起宏观损伤变量失真。

（3）宏观损伤计算中，节理有效强度因子引入受力状态修正系数 c 和分布几何修正系数 ζ，可克服传统面积损伤定义的不足，使计算结果更准确。

参考文献：

[1] 雷光伟，杨春和，王贵宾，等.断层影响带的发育规律及其力学成因[J].岩石力学与工程学报，2016，35(2).

[2] 王东，张婧，陈强，等.基于 3 种破坏类型的岩石损伤软化统计模型[J].岩石力学与工程学报，2015，34(2).

[3] 曹文贵，李翔.岩石损伤软化统计本构模型及参数确定方法的新探讨[J].岩土力学，2008，29(11).

[4] 赵怡情，刘红岩，吕淑然，等.基于宏观和细观缺陷耦合的节理岩体损伤本构模型[J].中南大学学报：自然科学版，2015，46(4).

[5] 韦立德，徐卫亚，杨春和.考虑塑性变形的岩石损伤本构模型初步研究[J].岩石力学与工程学报，2005，24(2).

[6] 曹文贵，张升，赵明华.软化与硬化特性转化的岩石损伤统计本构模型之研究[J].工程力学，2006，23(11).

[7] 杨圣奇，戴永浩，韩立军，等.断续预制裂隙脆性大理岩变形破坏特性单轴压缩实验研究[J].岩石力学与工程学报，2009，28(12).

[8] 楼志文.损伤力学基础[M].西安：西安交通大学出版社，1991.

[9] 中国航空研究院.应力强度因子手册[M].北京：科学出版社，1981.

[10] 周小平，王建华，哈秋.压剪应力作用下断续节理岩体的破坏分析[J].岩石力学与工程学报，2003，22(9).

[11] 薛守义，刘超.断续节理岩体弹性断裂理论研究[J].山东建筑大学学报，2011，26(1).

[12] 张吉宏，刘红岩.综合考虑宏微观复合损伤的节理岩体本构模型[J].煤田地质与勘探，2013，41(6).

[13] 李新平，朱维申.裂隙岩体的损伤断裂模型与强度特性分析岩石力学测试技术及高边坡稳定性[A].第二次湖北省暨武汉岩石力学与工程学术会议论文集[C].1990.

收稿日期：2016－09－26