

灰色 Verhulst 模型在高速公路路基沉降预测中的应用

朱沙

(中国市政工程西北设计研究院有限公司 武汉分院, 湖北 武汉 430000)

摘要: 高填方路基的稳定性分析判定是施工中质量控制关键点, 可根据其工后沉降预测值达到阈值的时间来合理制订施工组织方案, 保证路基施工质量。文中基于某高速公路工程典型断面的实测沉降数据, 采用灰色 Verhulst 模型理论, 得到该断面路基工后沉降预测数学表达式, 并对该断面在某一时间后的稳定性及沉降速率作出预测。

关键词: 公路; 路基; 沉降; 灰色模型

中图分类号: U418.5

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2018)03-0103-03

高速公路路基沉降是反映路基质量的重要指标, 通过研究沉降变形规律, 准确进行预测, 能有效指导后续施工。由于沉降观测周期较长, 加上天气、施工及人为因素等的影响, 监测中会出现漏测或间隔时间不规则等现象, 使用数学模型进行预测时需根据实测数据特征选择适合的模型以确保预测结果的准确性。目前, 沉降变形预测方法有多种, 常见的有理论公式法、数值分析法和回归分析法, 中国常用的方法是根据前期实测数据规律推演后期沉降量, 建立相应计算公式表达沉降与时间、荷载之间的关系。灰色模型预测法适用于沉降的长期预测, 预测精度较高。但不同形式的灰色模型具有不同的适用性, 需根据自身需求确定最优预测模型。该文根据某高速公路现有路基沉降数据的特点, 对灰色模型中常用的两类模型进行对比分析, 选择合适的模型对该项目典型断面沉降进行预测。

1 工程概况

湖南某山区高速公路因高填深挖路段较多且地质不佳, 施工中对高填断面开展沉降观测, 通过对实测数据的分析计算, 对典型断面的沉降发展情况进行分析, 判断路基是否稳定、工后沉降是否满足规范要求及何时开展底基层施工。其中 K35+934.5 断面路基填料主要为风化页岩, 该类岩石主要由黏土等物质硬化形成, 颗粒微小且极易分裂, 受降雨和日照影响明显, 岩层稳定性较差; 路段中心最大填土高度为 33.2 m, 填土高度较大, 为原地面起伏较大的鸡爪形断面, 施工填筑期间出现过相对较大沉降(在雨水影响和自重作用下发生挤压破碎导致出现短暂性较大沉降)。

采用在中桩及路肩处理设沉降板的方法对该断面路基进行持续监测, 由于中桩位置沉降量大于路肩处, 取中桩位置的沉降数据进行分析。该断面观测点的实测沉降与时间和填筑高度的关系见图 1。

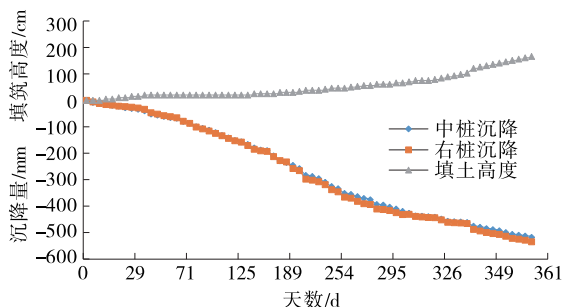


图 1 K35+934.5 断面沉降监测曲线

由图 1 可知: 该断面路基填筑持续时间较长, 未出现较短时间的快速填筑, 沉降曲线无明显拐点, 沉降速率无突变现象。按照施工方案, 该断面需在第 428 d 左右进行底基层甚至路面施工。根据规范要求, 一般路段路基的工后沉降为 30 cm; 底基层和面层施工时, 若沉降速率小于 5 mm/月, 则后期路面出现病害的几率会大大减小。为此, 对该断面路基沉降量进行预测, 分析其是否具备底基层施工条件。

2 沉降预测模型

该项目路基沉降实测数据存在观测时间间隔不规则、观测时间较长且数据量较大等特点, 基本符合灰色系统理论的适用条件, 可采用灰色系统理论方法进行预测。灰色系统理论有多种预测模型, 如 GM(1,1) 模型和 Verhulst 模型等, 结合已有路基沉降数据的特点, 先对这两类模型进行对比分析, 选择合适的模型作为沉降预测模型。

工程实际中沉降观测间隔时间难以保证等时间间隔。运用 GM(1,1)模型进行沉降预测时,需将实测沉降数据进行等时距处理后再作为数据序列进行计算,其基本表达形式为:

$$\hat{S}^{(1)}(k+1) = \left(S^{(1)}(0) - \frac{u}{a}\right)e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (1)$$

由式(1)可知,该模型具有无限增长的性质,但现实中路基沉降不可能无限增大,该模型与实际情况不符,其短时间沉降预测精度较高,而长时间预测存在不足。

Verhulst 模型表达式呈 S 形曲线,与路基沉降

$$B = \begin{bmatrix} -1/2[S^{(1)}(1) + S^{(1)}(2)] & 1/4[S^{(1)}(1) + S^{(1)}(2)]^2 \\ -1/2[S^{(1)}(2) + S^{(1)}(3)] & 1/4[S^{(1)}(2) + S^{(1)}(3)]^2 \\ \dots & \dots \\ -1/2[S^{(1)}(n-1) + S^{(1)}(n)] & 1/4[S^{(1)}(n-1) + S^{(1)}(n)]^2 \end{bmatrix}$$

路基沉降灰色 Verhulst 预测模型时间响应方程即白化方程为:

$$\dot{S}^{(1)}(t) = \frac{aS^{(0)}(1)}{bS^{(0)}(1) + [a - bS^{(0)}(1)]e^{at}} \quad (5)$$

离散响应方程为:

$$\hat{S}^{(1)}(k) = \frac{aS^{(0)}(1)}{bS^{(0)}(1) + [a - bS^{(0)}(1)]e^{a(k-1)}} \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (6)$$

由于路基变形数据本身呈 S 形曲线,可将原始沉降观测数据视为 $S^{(1)}$,经一次累减生成新数列 $S^{(0)}$,从而建立灰色 Verhulst 模型,继而直接拟合 $S^{(1)}$ 。当 $t \rightarrow \infty$ 时,若 $a > 0$,有 $S^{(1)}(t) \rightarrow 0$,这是不可能的;若 $a < 0$,则 $S^{(1)}(t) \rightarrow a/b$, a/b 即为路基最终沉降变形量。

3 沉降预测分析

采用 Verhulst 预测模型对 K35+934.5 断面路基沉降进行预测。选取该断面中桩现场实测第 317~364 d 的沉降数据作为时间序列(见表 1)。

考虑到现场实测路基沉降是非等时距的,建模之前进行等时距处理。处理过程如下:先按式(7)计算平均时间间隔,取整,得平均时间间隔为 3 d;再利用拉格朗日插值定理计算等时距各天的沉降值,计算结果见表 2。

$$t = \frac{1}{n-1}(t_n - t_1) = 3.13 \quad (7)$$

曲线类似,且较之 GM(1,1)模型,Verhulst 模型能进行中长期预测。该模型包含次固结沉降,在一些填料含风化页岩较多的路基中,次固结沉降是路基沉降不能忽略的组成部分。因此,采用 Verhulst 模型进行工后沉降预测比 GM(1,1)模型更精确。

灰色 Verhulst 预测模型的微分方程为:

$$S^{(0)}(k) + aZ^{(1)}(k) = b[Z^{(1)}(k)]^2 \quad (2)$$

白化形式的微分方程为:

$$dS^{(1)}/dt + aS^{(1)} = b(S^{(1)})^2 \quad (3)$$

将灰参数列记为 \hat{a} ,则有:

$$\hat{a} = [a, b]^T = [B^T B]^{-1} B^T y_n \quad (4)$$

式中:

表 1 路基第 317~364 d 的沉降实测数据

天数/d	沉降量/mm	天数/d	沉降量/mm
317	442.00	341	481.67
320	447.25	344	486.33
323	452.20	347	490.33
326	457.00	350	495.33
329	461.00	353	502.33
332	468.00	356	508.00
335	472.50	359	513.00
338	480.00	364	514.67

表 2 处理后的等时距各天沉降数据

天数/d	沉降量/mm	天数/d	沉降量/mm
317	442.00	343	485.00
321	449.00	346	489.00
326	457.00	349	493.00
327	459.00	352	500.00
328	460.00	355	507.00
329	462.00	358	510.00
337	476.00	361	513.00
340	480.00	364	518.00

根据表 2 中数据,按式(4)和式(5)计算参数 a 、 b ,得 $a = -0.031\ 32$, $b = -0.000\ 044\ 1$ 。路基最终沉降量为 $a/b = 710.2$ mm。路基沉降预测模型表达式为:

$$\hat{S}^{(1)}(k)=\frac{-0.031\ 32\times S^{(0)}(1)}{-0.031\ 32\times S^{(0)}(1)+(-0.031\ 32+0.000\ 044\ 1\times S^{(0)}(1))e^{-0.044\ 1(k-1)}}\quad(k=1,2\cdots,n)\quad(8)$$

将第 341~359 d 的实测沉降量和预测模型计算沉降量进行对比分析,结果见表 3、图 2。

表 3 Verhulst 预测值与实测值的相对误差

天数/d	实测沉降量/mm	预测沉降量/mm	相对误差/%
343	485	482.37	-0.54
346	489	487.19	-0.37
349	493	491.96	-0.21
352	500	496.66	-0.67
355	507	501.31	-1.12
358	510	505.90	-0.80
361	513	510.43	-0.50

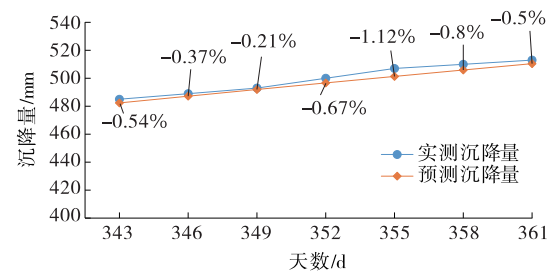


图 2 Verhulst 预测值与实测值对比

由表 3、图 2 可知:Verhulst 模型预测值与实测值的相对误差在 2% 以内,预测精度为优。根据预测模型即式(8),时距按 3 d 计,预测该断面第 367~427 d 沉降量,结果见表 4。

表 4 Verhulst 预测模型计算的第 367~427 d 沉降值

天数/d	预测沉降量/mm	天数/d	预测沉降量/mm
367	523.78	400	567.28
370	528.06	403	570.83
373	532.28	406	574.32
376	536.43	409	577.74
379	540.52	412	581.09
382	544.55	415	584.38
385	548.50	418	587.61
388	552.39	421	590.76
391	556.21	424	593.86
394	559.97	427	596.88
397	563.66		

根据预测结果,该断面最终沉降约 710 mm,对比现有沉降预测数据,其工后沉降约 12 cm,符合规范要求,路基稳定。第 427 d 的总沉降量为 596.88 mm,沉降速率约 30 mm/月,若直接进行底基层填

筑,会对后续施工造成影响且极易引发路面病害,需对现有路基进行短期堆载预压使其加速完成沉降,再根据预压期间的跟踪观测数据确定施工时间,使其达到底基层施工要求,保证路基施工质量。

4 结论

(1) GM(1,1)模型具有无限增长的性质,与路基沉降趋于稳定的实际情况不符,存在一定的局限性;而 Verhulst 模型表达式呈 S 形曲线,路基沉降最终趋于稳定,能很好地发挥预测效果,在路基沉降中长期预测中具有较好的适用性。

(2) 根据 Verhulst 模型沉降预测结果,K35+934.5 断面的工后沉降符合规范要求,路基稳定。但目前状态下若不对该断面路基进行任何处治,第 428 d 难以开展底基层施工,需采取措施加速完成其沉降。

参考文献:

[1] 陈明.填海造地内湾护岸工程软土地基沉降分析及可靠度研究[D].长沙:中南大学,2014.

[2] 陈琰娇.某一级公路软基处理及沉降预测研究[D].兰州:兰州理工大学,2016.

[3] 张振武,徐晓宇,王桂尧.基于实测沉降资料的路基沉降预测模型比较研究[J].中外公路,2005,25(4).

[4] 刘思峰,党耀国,方志耕,等.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学出版社,2010.

[5] 郭亚宇,郭昕,薛晓晖.路基沉降变形观测与灰色预测模型研究[J].铁道勘察,2009,35(5).

[6] 刘军勇.路基沉降预测非等时序改进灰色模型应用研究[J].路基工程,2007(4).

[7] 刘军勇,薛晖,吴德军.改进灰色模型对路基沉降预测的应用研究[J].四川地质学报,2005,25(3).

[8] 张勇,张晓杰,罗燕,等.路基沉降预测的改进非等间隔灰色 Verhulst 模型[J].山东交通科技,2013(6).

[9] 王浩.基于灰色 Verhulst 模型的公路路基沉降预测研究[J].中国工程咨询,2013(9).

[10] 赵明华,陈炳初,刘建华.基于 Verhulst 模型的软土路基沉降预测[J].沈阳建筑大学学报:自然科学版,2007,23(4).

[11] 谢欣.湖南省高速公路路基沉降预测方法研究[D].长沙:中南大学,2006.