

杆系结构几何非线性分析方法适用性研究

阮猛, 王之强, 李鹏飞

(1.西安市轨道交通集团建设分公司, 陕西 西安 710000; 2.陕西建工机械施工集团有限公司, 陕西 西安 710048;
3.陕西建工集团有限公司, 陕西 西安 710003)

摘要: 杆系结构几何非线性分析计算方法较多, 目前对于如何根据实际问题选择合适方法的研究很少, 而选择合适的几何非线性分析计算方法对计算效率及结果的准确性十分重要。文中在前人研究的基础上, 选取 2 个平面杆系结构、2 个空间杆系结构, 分别编制适用于大变形几何非线性分析的有限元程序, 对比分析荷载增量法、Newton-Raphson 法(简称 NR 法)、弧长法 3 种方法对求解该类问题的适用性、效率及准确性, 提出适用于平面及空间杆系结构几何非线性分析的一般步骤及方法选择依据。

关键词: 桥梁; 杆系结构; 几何非线性; 弧长法; NR 法

中图分类号: U441

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2021)04-0122-04

杆系结构在桥梁中应用十分广泛, 包括平面杆系和空间杆系。当荷载增大到某一限值时, 结构体系可能出现失稳, 即偏离原有的变形形式而过渡到另一种平衡状态或整个结构丧失承载能力。因此, 对杆系结构进行非线性分析十分必要。目前关于几何非线性分析的理论已十分成熟, 如王欣、孟阳君等在传统几何非线性分析方法的基础上, 基于 CR 列式法得到平面杆系单元的切线刚度矩阵, 提出了适用于大变形几何非线性分析的方法; 李云飞、王殿龙等引入刚体准则及广义位移控制法, 解决了极值点和回弹点附近迭代方向不能有效确定的问题; 邓继华、丁泉顺等同时考虑几何非线性与徐变共同作用, 基于随转坐标法及初应变法推导了平衡方程; 刘锋、魏鹏等基于 Green-lagrange 应变和第二类 Piola-Kirchhoff 应力, 推导了适用于空间杆系结构几何非线性分析的刚度矩阵。常用杆系结构几何非线性分析方法包括荷载增量法、Newton-Raphson 法(简称 NR 法)、弧长法。荷载增量法将荷载分成一系列荷载增量, 可在几个荷载步或一个荷载步的几个子步内施加荷载增量, 在每个荷载增量求解完成后, 继续进行下一个荷载增量之前调整刚度矩阵以反映结构刚度的非线性变化。NR 法是一种常用的求解非线性方程的线性化方法, 每次平衡迭代都要修改一次刚度矩阵, 具有很好的收敛性能, 但频繁地修改刚度矩阵使其计算工作量大。弧长法是一种通过圆弧把荷载增量因子与位移增量相联系的求解方法, 通过加强弧长迭代得到沿与平衡路径相交的圆弧收

敛, 从而获得不稳定性问题($K^T \rightarrow 0$)或负的切线刚度($K^T < 0$)的数值稳定解。目前对于如何根据实际问题选择合适方法的研究少之又少。该文选取 2 个平面杆系结构、2 个空间杆系结构, 分别编制适用于大变形几何非线性分析的有限元程序, 对比 3 种方法的计算结果, 研究适用于平面及空间杆系结构几何非线性分析的一般步骤及方法选择依据。

1 平面及空间杆系结构有限元分析

选用有限元程序 ANSYS, 针对荷载增量法、弧长法和 NR 法编制相应计算程序, 分别对 2 个平面杆系结构、2 个空间杆系结构进行数值分析。采用 ANSYS 程序作几何非线性分析时, 打开大位移选项, 根据实际问题类型设置求解控制选项。在大多数实际问题分析中, 需引入缺陷(模型更新)“激发”结构的非线性分析, 但对拱类结构则不必引入缺陷而直接进行非线性分析。对于两端铰接的轴心受压杆、平面桁架、空间钢架和六角星形穹顶结构, 除两端铰接的轴心受压杆必须引入初始缺陷外, 其余 3 个均可不引入(计算结果无明显差异)。

1.1 两端铰接的轴心受压杆

图 1 为两端铰接的轴心受压杆, 其保持弹性稳定的临界荷载 $P_{cr} = \pi^2 EI / L^2$ 。

如图 2 及表 1 所示, 对于该轴心受压杆, 采用 3 种方法进行几何非线性分析, 均收敛且计算结果基本一致。计算时间上荷载增量法和 NR 法用时较少, 精度上则是弧长法与理论解更接近。

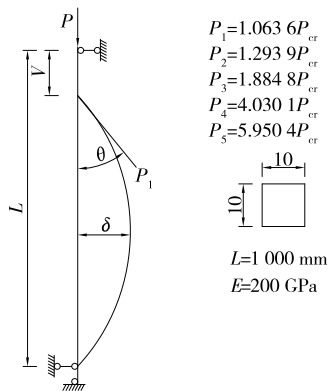


图 1 轴心受压杆件构造示意图

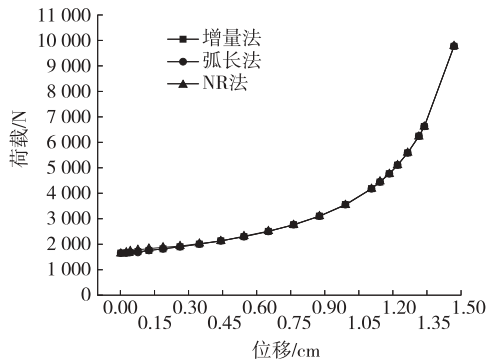


图 2 压杆中点荷载一位移曲线

表 1 压杆几何非线性计算方法对比

计算 方法	计算时 间/s	收敛 情况	荷载/N		计算误 差/%
			理论解	有限元解	
增量法	27.16	收敛	1 644.93	1 636.79	0.495
NR 法	20.51	收敛	1 644.93	1 629.56	0.934
弧长法	40.79	收敛	1 644.93	1 644.56	0.025

1.2 平面桁架

如图 3 所示,该桁架的几何非线性分析为经典的跳越问题,荷载与顶点位移的理论关系为 $P = EA_0x(x - \sin\theta_0)(x - 2\sin\theta_0)$ 。

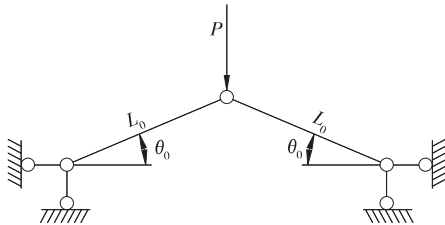


图 3 平面桁架结构示意图

如图 4 及表 2 所示,对于该平面桁架结构,采用 3 种方法进行几何非线性分析,只有弧长法收敛,而 NR 法与弧长法的计算结果在到达第一个极值点之前基本一致,荷载增量法则差异较大。计算时间上

NR 法及弧长法用时较少,精度上则是弧长法与理论解最接近。

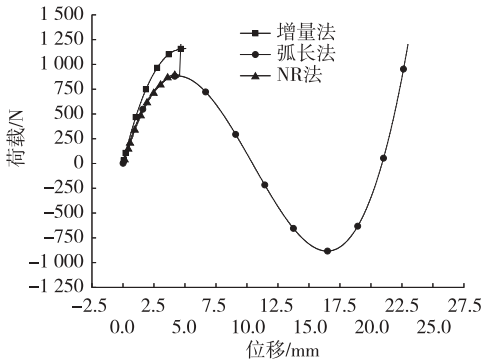


图 4 平面桁架顶点荷载一位移曲线

表 2 平面桁架几何非线性计算方法对比

计算 方法	计算时 间/s	收敛 情况	荷载/N		计算误 差/%
			理论解	有限元解	
增量法	48.39	不收敛	877.57	1 160.61	32.25
NR 法	15.52	不收敛	877.57	885.35	0.89
弧长法	18.73	收敛	877.57	883.95	0.73

1.3 空间钢架

图 5 为空间钢架结构,假定 6 个边节点均为滑动铰支座,当中间六杆划分为 3 个单元以上时,不同单元数目的计算结果之间的误差在 0.5% 以内。

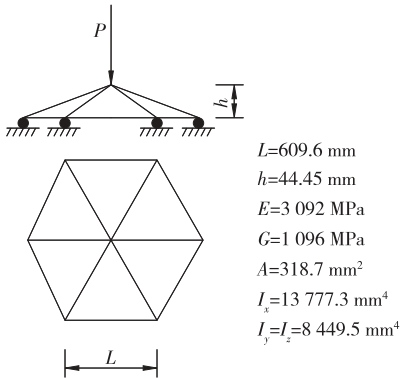


图 5 空间钢架结构示意图

如图 6 及表 3 所示,对于该空间钢架结构,采用 3 种方法进行几何非线性分析,只有弧长法收敛,而 NR 法与荷载增量法的计算结果在到达第一个极值点之前基本一致。计算时间上弧长法用时最少,精度上弧长法与理论解最接近。

1.4 六角星形穹顶

图 7 为六角星形穹顶结构,假定 6 个支承均为铰结,顶点承受集中力作用,空间桁架采用 Link8 单元模拟。

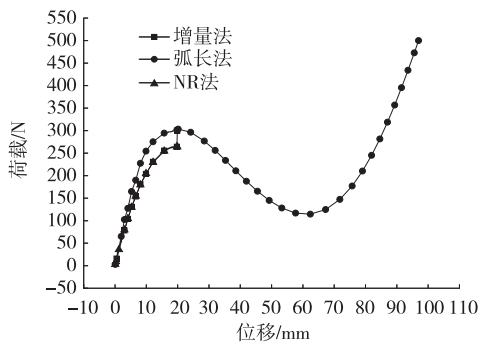


图6 空间钢架中心点荷载一位移曲线

表3 空间钢架几何非线性计算方法对比

计算方法	计算时间/s	收敛情况	荷载/N		计算误差/%
			理论解	有限元解	
增量法	11.40	不收敛	265.56	253.38	4.59
NR法	10.89	不收敛	265.56	253.58	4.52
弧长法	7.24	收敛	265.56	263.35	0.83

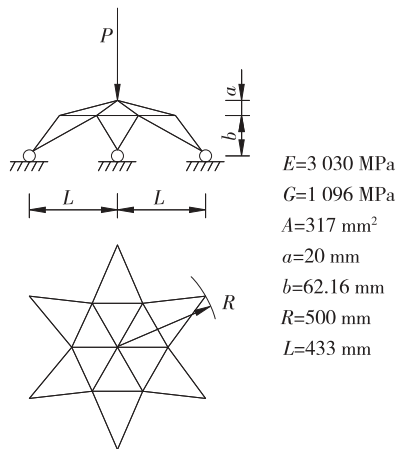


图7 六角星形穹顶结构示意图

如图8及表4所示,对于该六角星形穹顶结构,采用3种方法进行几何非线性分析,均收敛且计算结果基本一致。计算时间上NR法用时最少,精度上NR法与理论解更接近。

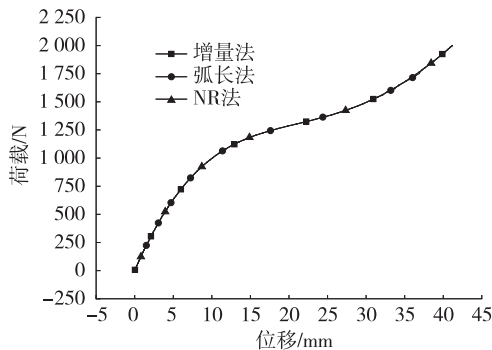


图8 穹顶结构顶点荷载一位移曲线

表4 穹顶结构几何非线性计算方法对比

计算方法	计算时间/s	收敛情况	荷载/N		计算误差/%
			理论解	有限元解	
增量法	12.5	收敛	4 325.8	4 065.40	6.02
NR法	11.7	收敛	4 325.8	4 197.35	2.97
弧长法	13.7	收敛	4 325.8	4 064.75	6.03

2 分析方法论证

从以上4个算例来看,不同计算方法均有其优势,荷载增量法在求解已知荷载水平问题时可较方便地提取数据和分析结果,NR法计算速度较快且结果可靠,弧长法在计算极值点问题时较易收敛。在进行几何非线性分析时,首先要判断施工荷载是否达到结构的临界荷载,而临界荷载的大小取决于结构刚度。以穹顶结构为例,按不同刚度 I_y 进行计算,结果见图9。

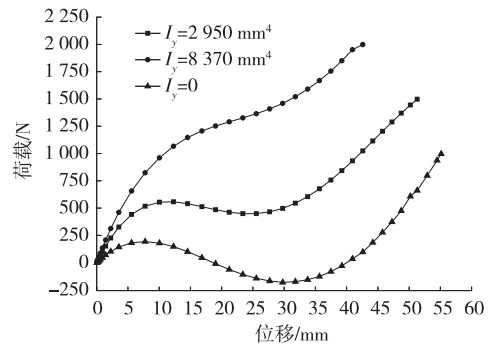


图9 不同刚度下穹顶结构荷载一位移曲线

从图9可看出:当杆件抗弯刚度较小时,均会发生跳越;而刚度增大超过一定数值后,不再发生跳越。由此可见,对于杆系结构几何非线性分析,首先要进行线性的特征值屈曲分析,得到结构的临界荷载,这样既可帮助合理选择计算方法,也有助于判断计算结果正确与否。然后对比临界荷载与所要计算荷载的大小,若临界荷载大于计算荷载,则优先选用NR法计算;若临界荷载小于计算荷载,则选用弧长法进行计算。

3 结语

针对平面和空间杆系结构编制荷载增量法、弧长法和NR法的有限元程序,通过对比分析有限元及理论计算结果,总结适用于平面及空间杆系结构几何非线性分析的一般步骤和方法选择依据。对于杆系结构几何非线性分析,首先要进行线性的特征值屈曲分析,得到结构的临界荷载。然后对比临界

荷载与所要计算荷载的大小,若临界荷载大于计算荷载,则优先选用 NR 法计算;若临界荷载小于计算荷载,则选用弧长法进行计算。对于在特定的一个或多个荷载作用下结构非线性分析问题,则可采用荷载增量法计算。

参考文献:

- [1] 王欣,范雯霖,高顺德.基于弧长法的臂架非线性稳定性分析[J].起重运输机械,2018(11):127-132.
- [2] 孟阳君,张家生.杆系结构的大变形几何非线性分析[J].铁道科学与工程学报,2018,15(8):2034-2039.
- [3] 李云飞,陈朝晖,杨永斌,等.基于刚体准则和广义位移控制法的拱结构屈曲与后屈曲分析[J].土木工程学报,2017,50(12):37-45.
- [4] 王殿龙,骆广,王欣,等.基于弧长法的桁架臂结构全过程非线性稳定性分析[J].中国工程机械学报,2015,13(6):480-485.
- [5] 邓继华,邵旭东,谭平.几何非线性与徐变共同作用下三维杆系结构有限元分析[J].工程力学,2015,32(6):117-123.
- [6] 丁泉顺,陈艾荣,项海帆.空间杆系结构实用几何非线性分析[J].力学季刊,2001,22(3):300-306.
- [7] 刘锋,李丽娟.空间网壳结构的稳定性分析[J].华南理工大学学报(自然科学版),2003 31(增刊 1):26-29.
- [8] 魏鹏,李建光,李延强,等.从一实例分析看弧长法与牛顿-拉普森法[J].科技与创新,2018,120(24):11-12+18.
- [9] CRISFIELD M A. An arc-length method including line searches and accelerations[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, 19(9): 1269-1289.
- [10] HRINDA G A, NGUYEN D T. Optimization of stability-constrained geometrically nonlinear shallow trusses using an arc length sparse method with a strain energy density approach[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2008, 44(15): 933-950.
- [11] RABINOVITCH O, FROSTIG Y. Fracture mechanics approach to geometrically nonlinear debonding problems in RC beams strengthened with composite materials[J]. Advances in Structural Engineering, 2006, 9(6): 765-777.
- [12] 杨则英,张亚磊,曲建波,等.基于 BP 神经网络的中等跨径桥梁损伤识别探讨[J].公路与汽运,2020(3):136-140+155.
- [13] 齐念,叶继红.基于离散元法的杆系结构几何非线性大变形分析[J].东南大学学报(自然科学版),2013,43(5):917-922.

收稿日期:2019-06-26

(上接第 59 页)

- [5] CUNDALL P A, STRACK O D L. Discussion: A discrete numerical model for granular assemblies[J]. Geotechnique, 1980, 30(3): 331-336.
- [6] MA Tao, ZHANG Deyu, ZHANG Yao, et al. Micro-structure modeling and virtual test of asphalt mixture based on three-dimensional discrete element method [J]. Journal of Central South University, 2016(6): 1525-1534.
- [7] CROSS Stephen A, BROWN E R. Segregation in hot-mix asphalt pavements[M]. Washington D C: National Academy Press, 2000.
- [8] 张垚.基于 PFC3D 的沥青混合料虚拟试验研究[D].南京:东南大学,2015.
- [9] 石崇,张强,王盛年.颗粒流(PFC5.0)数值模拟技术及应用[M].北京:中国建筑工业出版社,2018.
- [10] 吴文亮,涂志先,李智.基于离散元法离析对混合料骨架结构特征影响[J].广西大学学报(自然科学版),2018,43(6):2303-2310.
- [11] FENG H, PETTINARI M, HOFKO B, et al. Study of the internal mechanical response of an asphalt mixture by 3-D discrete element modeling[J]. Construction & Building Materials, 2015, 77: 187-196.
- [12] 张超,展旭财,杨春和.粗粒料强度及变形特性的细观模拟[J].岩土力学,2013,34(7):2077-2083.
- [13] 杜镇宇,梁乃兴,赵毅.数字图像技术分析沥青路面均匀性的方法[J].中外公路,2017,37(5):62-66.
- [14] 曾晟,梁乃兴,薛轲,等.摊铺沥青路面集料均匀性数字图像评价方法[J].哈尔滨工业大学学报,2019,51(9):144-148.
- [15] ZHANG Y, HUANG X, TAO M, et al. Simulation of meso factors influencing fracture performance of dense-graded asphalt concrete at low temperature[J]. Journal of Southeast University (English Edition), 2017, 33(3): 293-300.
- [16] 吴文亮,卢家志,涂志先.基于 X-ray CT 和离散元法级配离析对沥青混合料骨架结构力学性能的影响[J].公路工程,2020,45(1):55-61.
- [17] 林超.自然落料状态下路面混合料离析研究[D].西安:长安大学,2014.

收稿日期:2020-10-19