

DOI:10.20035/j.issn.1671-2668.2023.06.003

基于多目标遗传算法的准双曲面齿轮优化设计

杨鑫鑫, 李旭宇

(长沙理工大学 汽车与机械工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘要: 基于多目标遗传算法进行准双曲面齿轮传动优化设计, 考虑到准双曲面齿轮的体积对制造成本影响较大及噪声会影响乘车舒适性, 在满足准双曲面齿轮传动承载能力的前提下, 以传动副体积最小和噪声最低为优化目标建立准双曲面齿轮传动优化设计数学模型, 并以实例进行优化算法计算。实例验证结果表明, 与原设计方案相比, 优化设计后传动副体积明显减小, 噪声也有所下降。

关键词: 汽车; 准双曲面齿轮; 传动副体积; 噪声; 多目标遗传算法

中图分类号: U463.212.4

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2023)06-0016-03

准双曲面齿轮由于其结构较紧凑、承载能力大、使用寿命长、传动噪声小等优点被应用于高速、高负载、高精度传动系统中, 但多用在需要较大传动比的装置上。传动比大会导致设计的齿轮副尺寸结构较大, 从而增加材料成本。另外, 准双曲面齿轮传统设计中凭经验确定一些主要参数, 设计制造的准双曲面齿轮往往不是成本最低、性能最优。本文以准双曲面齿轮的传动副体积最小、噪声最小为目标进行优化设计, 采用多目标遗传算法 NSGA-Ⅱ, 合理选择准双曲面齿轮的结构参数以提高汽车舒适性、降低制造成本。

1 准双曲面齿轮优化设计数学模型

图 1 为准双曲面齿轮模型。

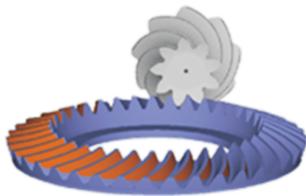


图 1 准双曲面齿轮模型

1.1 确定设计变量

根据准双曲面齿轮体积计算公式和齿轮啮合噪声计算公式, 在传动比一定的条件下, 相互独立的参数为小齿轮齿数 z_1 、大齿轮大端分度圆直径 d_{e2} 、大齿轮的齿面宽 b_2 、小齿轮轴线偏置距 E 、大齿轮齿宽中点螺旋角 β_2 。因此, 取设计变量为:

$$X = [z_1, d_{e2}, b_2, E, \beta_2]^T \quad (1)$$

1.2 建立目标函数

在满足强度要求的条件下, 结构越紧凑, 噪声越小。以两个圆锥体近似代替准双曲面齿轮副的体积, 以齿轮副体积之和最小为设计目标的函数为:

$$\begin{aligned} \min F(x) = V_1 + V_2 = \\ \frac{\pi}{4} \left[b_1 \left(d_{e1}^2 - 2d_{e1}b_1 \sin \delta_1 + \frac{4}{3}b_1^2 \sin^2 \delta_1 \right) \cos \delta_1 + \right. \\ \left. b_2 \left(d_{e2}^2 - 2d_{e2}b_2 \sin \delta_2 + \frac{4}{3}b_2^2 \sin^2 \delta_2 \right) \cos \delta_2 \right] \quad (2) \end{aligned}$$

式中: V_1 、 V_2 分别为小齿轮、大齿轮的体积; b_1 、 b_2 分别为小齿轮、大齿轮的齿面宽; d_{e1} 、 d_{e2} 分别为小齿轮、大齿轮的大端分度圆直径; δ_1 、 δ_2 分别为小齿轮、大齿轮的分锥角。

当齿轮的重合度系数 ϵ_F 趋近于 2 时, 齿轮副传动啮合噪声最小^[1]。以噪声最小为目标的函数为:

$$\min F(x) = \left| 2 - \left(k_2 \tan \beta - \frac{k_2^3}{3} \tan^3 \beta \right) \frac{A_0}{\pi m} \right| \quad (3)$$

式中: k_2 为系数, 其确定方法见文献[1]; β 为大小齿轮中点螺旋角的平均值; A_0 为节锥距; m 为大齿轮大端模数, 其确定方法见文献[1]。

1.3 建立约束条件

根据实际生产中准双曲面齿轮的特点和需求, 提出设计参数的约束条件。

(1) 根据产品结构和传动相关参数选择合理的主、从动齿轮齿数。齿数太少, 重合度降低, 噪声可能增大。齿数之和为 40~60 个时传动平稳性最佳, 故取 5 个 $\leq z_1 \leq 12$ 个、 $z_2 \geq 30$ 个、40 个 $\leq z_1 + z_2 \leq 60$ 个。

(2) 偏置距过大会使齿面纵向滑动增加,导致齿面磨损或擦伤,还可能出现根切^[2]。因此,偏置距不宜过大。对于小轿车和轻型载货汽车,偏置距的合理范围为 $0.1d_{e2} \leq E \leq 0.2d_{e2}$ 。

(3) 避免齿面载荷集中,便于制造和装配。根据重合度系数计算公式和准双曲面齿轮体积计算公式,增加齿面宽 b_2 可增大重合度,有利于降低噪声^[2],但齿面变宽会使齿轮传动副的体积增加。因此,要求 $4 \text{ m} \leq b_2 \leq 10 \text{ m}$ 。

(4) 螺旋角越大,齿轮重合度越大,齿轮副啮合传动越平稳,但轴向力会增大。按设计要求,平均螺旋角 β_m 应为 $30^\circ \leq \beta_m \leq 50^\circ$ 。

(5) 根据齿面接触疲劳强度要求^[3],弯曲强度计算安全系数 $S_H \geq$ 许用接触强度最小安全系数 S_{Hmin} 。

(6) 根据齿面弯曲疲劳强度要求^[3],弯曲强度计算安全系数 $S_F \geq$ 许用弯曲强度最小安全系数 S_{Fmin} 。

2 基于多目标遗传算法的优化求解

当优化问题的目标函数在两个或两个以上时,该优化问题就是多目标优化问题。不同于单目标优化问题,多目标优化问题没有单独的解能同时优化所有目标,由于目标函数之间存在冲突关系,其最优解通常是一系列解。

多目标优化问题的解决办法有两种:一种是通过加权因子等方法将多目标转换成单目标优化问题;另一种是采用基于 Pareto 最优解的方法进行求解。多目标优化问题求解中的最大问题是如何衡量个体适应度的优劣,适应度最好的解集对应的函数值的集合称为 Pareto 前沿。基于 Pareto 多目标遗传算法的收敛过程是其非支配集不断逼近 Pareto 最优解集的过程^[4]。Srinivas N. 等于 1994 年提出非支配排序遗传算法 (Non-dominated Sorting Genetic Algorithms, NSGA)^[5], 该算法的选择、交叉和变异操作与简单遗传算法相同,不同的是该算法在选择算子之前根据个体之间的支配关系进行了分层处理。2002 年 Deb K. 等提出带精英策略的非支配排序遗传算法 (NSGA-II)^[6], 该算法通过引入快速非支配排序算法、拥挤度距离计算及精英策略提高搜索效率和收敛速度,是多目标优化问题的一种经典算法。算法流程见图 2。

在基于 Pareto 方法的多目标遗传优化算法中,

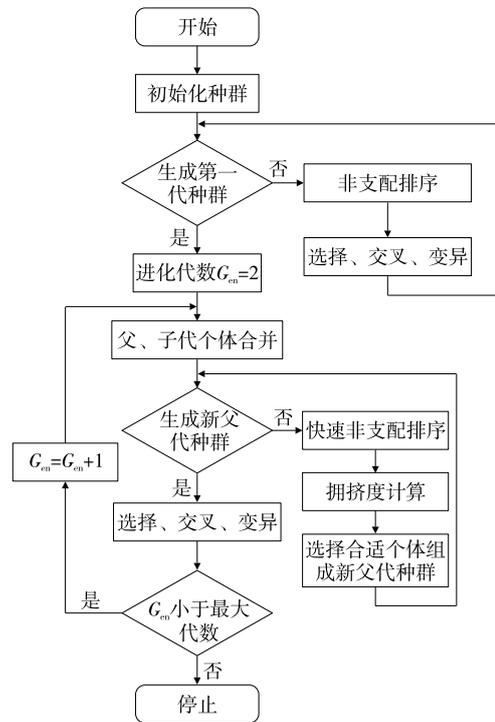


图 2 NSGA-II 算法的基本流程

NSGA-II 最有效。本文采用 MATLAB 多目标优化函数 gamultiobj, 该函数使用受控的精英遗传算法 NSGA-II。精英遗传算法总是倾向于拥有更好适应度值(排名)的个体, 受控的精英遗传算法倾向于能帮助增加种群多样性的个体, 而保持种群的多样性对于收敛到最优 Pareto 前沿非常重要, 通过在算法中控制群体中的精英成员来实现。gamultiobj 函数中的两个选项 Pareto Fraction 和 Distance Fcn 用于控制精英成员群体。Pareto 选项限制了 Pareto 前沿(精英成员)的个体数量, 距离函数通过偏向 Pareto 前沿相对较远的个体来帮助保持 Pareto 前沿的多样性。因此, 只要调整控制精英成员比例和拥挤距离即可计算出最优解。

3 优化设计实例

在 MATLAB 中编辑的多目标遗传算法数学模型如下:

$[x, fval] = \text{gamultiobj}(\text{fun}, \text{nvars}, A, b, Aeq, beq, lb, ub, \text{nonlcon}, \text{options})$

编写好优化目标函数和约束条件 m 文件后, 调用 gamultiobj 函数, 设置变量的上下边界。设置初始种群规模为 150, 进化繁殖 1 000 代, 停止代数设为 1 000, Pareto 前沿系数为 0.7, 拥挤距离为默认。gamultiobj 因变量收敛相对值设置为 10^{-100} 。

准双曲面齿轮副的基本参数如下:传动比 $i = 4.1$,小齿轮齿数 $z_1 = 10$ 个,大齿轮齿面宽 $b_2 = 30$ mm,偏置距 $E = 20$ mm,大齿轮大端分度圆直径 $d_{e2} = 200$ mm,大齿轮参考点螺旋角 $\beta_{m2} = 37.14^\circ$ [7]。

采用 MATLAB 多目标遗传算法 gamultiobj 计算的结果有多组解,将 Pareto 最优解集储存在 $[x, f_{\text{val}}]$ (f_{val} 是 x 对应的目标函数值)中, f_{val} 大致构成一条空间曲线即 Pareto 前沿。若各个解分布较均匀,说明 Pareto 前沿图包含了大部分最优解情况,全局性优,适用性强。在满足 Pareto 最优的条件下,是没有办法在不让某一优化目标受损的情况下令另一方目标获得更优的,所以这些解均为最优解,可以根据实际情况对最优解进行选择。

图 3 为 Pareto 前沿图,其中重合度系数差值 $\Delta\epsilon_F = \text{重合度系数} - 2$,其值与噪声值成正比,体现噪声大小。图 3 中,左上方的点,两个目标函数中体

积偏大但噪声较小;右下方的点,体积较小但噪声偏大。综合考虑,为使两个目标函数都尽可能最小,且优化后噪声比原方案小,选择重合度系数差值为 0.05 附近的点作为优化结果。表 1 为优化前后参数

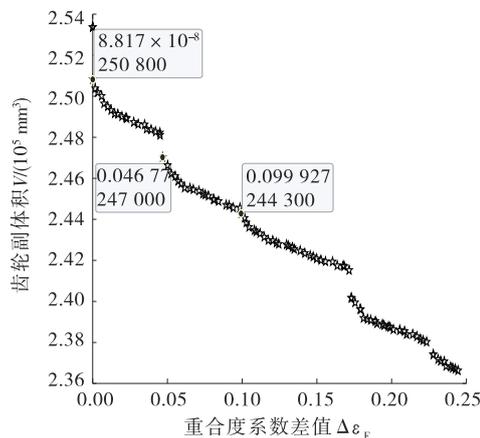


图 3 Pareto 前沿图

表 1 优化前后参数值和目标函数值对比

设计方法	小齿轮齿数 z_1 /个	大齿轮大端分度圆直径 d_{e2} /mm	偏置距 E /mm	大齿轮齿面宽 b_2 /mm	大齿轮参考点螺旋角/ $^\circ$	齿轮副体积 V/mm^3	重合度系数 ϵ_F
传统设计	10	200.00	20.00	30.00	37.14	$2.832\ 4 \times 10^5$	2.155 2
优化设计	10	196.99	19.72	26.13	38.51	$2.472\ 5 \times 10^5$	1.953 2

值和目标函数值对比。

从表 1 可以看出:根据经验选取参数,采用传统设计方法进行设计,准双曲面齿轮副的体积为 $2.832\ 4 \times 10^5$ mm³;采用基于 NSGA-II 算法的优化设计方法进行设计,准双曲面齿轮副的体积为 $2.472\ 5 \times 10^5$ mm³,比传统方法设计时减小 12.7%;传统设计方案的重合度系数为 2.155 2,优化设计方案的重合度系数为 1.926 6,更接近噪声最小的重合度系数。基于 NSGA-II 算法的优化设计方法的优化效果较好。

4 结论

本文采用 NSGA-II 算法解决准双曲面齿轮体积最小和噪声最小的多目标优化问题,并使用 MATLAB 的优化函数计算准双曲面齿轮副的最优参数。与传统设计方法相比,该方法的优化效果较好,且应用 NSGA-II 算法进行优化设计能提高设计效率,降低设计成本。本文研究成果可为产品后续设计改进提供理论依据,同时为其他齿轮传动的优化设计提供参考。

参考文献:

- [1] 刘春喜. 汽车主减速器低噪声双曲面齿轮优化设计[D]. 长春: 吉林大学, 2006.
- [2] 邵正宇, 丁卫东, 鞠远萍. 考虑噪声的准双曲面齿轮优化设计[J]. 武汉科技大学学报(自然科学版), 2005, 28(1): 52-55.
- [3] 《齿轮手册》编委会. 齿轮手册(下册)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1990.
- [4] 李丽荣, 郑金华. 基于 Pareto Front 的多目标遗传算法[J]. 湘潭大学自然科学学报, 2004, 26(1): 39-41+48.
- [5] SRINIVAS N, DEB K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221-248.
- [6] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [7] 董学朱. 摆线齿锥齿轮及准双曲面齿轮设计和制造[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.

收稿日期: 2023-03-17