

DOI: 10.20035/j.issn.1671-2668.2024.01.010

基于灰色马尔可夫模型的连续配筋混凝土 复合式沥青路面性能研究^{*}

姚嘉昊, 赵健, 杜静, 朱昂, 李江昆

(长沙理工大学, 湖南 长沙 410114)

摘要: 为分析连续配筋混凝土复合式沥青路面性能衰减规律, 依托湖南潭邵(湘潭—邵阳)高速公路 K1054+000—K1100+500 路段连续配筋混凝土复合式沥青路面 2016—2021 年路面状况指数检测数据, 采用灰色马尔可夫模型对该路段 2022—2024 年路面状况指数衰减情况进行预测, 预测值分别为 90.36、89.94、89.54。研究结果表明, 连续配筋混凝土复合式沥青路面的性能衰变曲线大致呈反 S 形。

关键词: 公路; 连续配筋混凝土复合式沥青路面; 路面性能; 路面状况指数; 灰色马尔可夫模型

中图分类号: U416.217

文献标志码: A

文章编号: 1671-2668(2024)01-0061-04

连续配筋混凝土复合式沥青路面(以下简称复合式沥青路面)是将高强度 CRC(连续配筋混凝土)板和柔性 AC(沥青混凝土)面层相结合的刚柔复合式路面结构, 它综合了不同路面材料的特性且能最大限度利用地方材料, 具有整体强度高、行车舒适性好、使用寿命长、维修费用少等优点^[1-2], 是重载交通长寿命沥青路面结构的发展方向。目前中国部分高速公路采用复合式沥青路面对旧混凝土路面进行改造, 研究复合式沥青路面性能衰减规律, 可为复合式沥青路面养护决策提供依据^[3-6]。程焰兵采用 ABAQUS 模拟了移动荷载作用下复合式沥青路面的动力响应^[7]。程小亮等对复合式沥青路面设计方案进行了优化^[8]。周婷针对复合式沥青路面结构存在的层间滑移问题, 通过层间黏层材料剪切疲劳试验、层间剪应力有限元分析, 提出了基于层间剪切疲劳的沥青层厚度设计方法, 完善复合式沥青路面结构设计^[9]。但缺乏针对复合式沥青路面性能衰减规律的研究。

路面性能预测模型可以分为确定型和概率型两类。确定型模型的预测结果是一个确定值, 而沥青路面性能衰减受荷载、环境、路面结构、交通量、养护水平等因素影响是一个动态过程, 如果采用确定型模型预测路面性能衰减趋势, 无法反映沥青路面性能动态变化的不确定性。概率型模型可预估沥青路面性能的分布概率, 其中应用最广泛的是马尔可夫

模型^[10]。本文依托湖南潭邵(湘潭—邵阳)高速公路 K1054+000—K1100+500 路段复合式沥青路面, 根据该路段 2016—2021 年路面状况指数 I_{PCI} 检测数据, 选取灰色马尔可夫模型预测复合式沥青路面的衰变趋势。

1 灰色马尔可夫模型

1.1 灰色 GM(1,1)模型

灰色预测模型适用于数据量较少或数据不完全的情况, 通过构建灰色预测模型, 对某事物如路面性能的发展规律作出模糊性描述。其基本思想是对原始数据进行累加, 以减小原始数据随机性的影响, 使其呈现明显的变化规律^[11]。

(1) 构建原始序列:

$$X^{(0)} = \{X^{(0)}(k); k=1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

式中: $X^{(0)}(k)$ 为原始数据。

(2) 对原始序列进行累加, 生成一次累加数据序列:

$$X^{(1)} = \{X^{(1)}(k); k=1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

式中: $X^{(1)}(k)$ 为前 k 项原始数据的累加和。

(3) 确定灰色 GM(1,1)模型参数。式(3)为灰色 GM(1,1)模型。为确定模型参数 u 、 a , 按式(4)、式(5)构造矩阵 B 和向量 Y_n , 采用最小二乘法按式(6)求解 u 、 a 。

^{*} 基金项目: 湖南省交通科技项目(201709)

$$\hat{X}^{(1)}(k) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-a(k-1)} + \frac{u}{a} \quad (3)$$

式中: $\hat{X}^{(1)}(k)$ 为预测数据累加值; u 、 a 为灰色 GM(1,1) 模型参数。

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Y_n = (X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(n))^T \quad (5)$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (6)$$

(4) 按式(7)求解预测数据。

$$\hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k) \quad (7)$$

式中: $\hat{X}^{(0)}(k)$ 为预测值。

(5) 模型精度检验。采用后验差法进行模型精度检验, 计算后验差比值 C 和小概率误差 P 。假定原始数据和残差的方差分别为 S_1^2 、 S_2^2 , 其表达式见式(8)、式(9)。按式(10)计算后验差比值 C , 按式(11)计算小概率误差 P 。模型精度等级划分标准见表 1。

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k [X^{(0)}(k) - \bar{X}^{(0)}]^2 \quad (8)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k [\Delta^{(0)}(k) - \bar{\Delta}^{(0)}]^2 \quad (9)$$

式中: $\bar{X}^{(0)}$ 为原始数据平均值; $\bar{\Delta}^{(0)}$ 为残差平均值。

$$C = \frac{S_2}{S_1} \quad (10)$$

$$P = P\{0.6745 S_1 > |\Delta^{(0)}(k) - \bar{\Delta}^{(0)}|\} \quad (11)$$

表 1 模型精度等级划分标准

精度等级	P 值	C 值
好	$P \geq 0.95$	$C \leq 0.35$
合格	$0.80 \leq P < 0.95$	$0.35 < C \leq 0.50$
勉强合格	$0.70 \leq P < 0.80$	$0.50 < C \leq 0.65$
不合格	$P < 0.7$	$C > 0.65$

1.2 马尔可夫模型

马尔可夫预测模型是概率型模型, 其预测结果只与当前状态有关, 具有无后效性。其主要内容是构建状态转移概率矩阵, 该矩阵表示某事物如某路

段的路面性能在预定时间内从某一状态转移到另一状态的概率。

为了使马尔可夫模型适应路面性能预测, 做如下假定: 1) 状态转移概率不随时间变化; 2) 存在有限个路面性能状态; 3) 路面性能状态转移只与当前状态有关, 即具有无后效性。

马尔可夫模型的数学表达式如下^[12-13]:

$$P(x_{t+1}=j | x_t=i_t, x_{t-1}=i_{t-1}, \dots, x_1=i_1) = P(x_{t+1}=j | x_t=i_t) \quad (12)$$

式中: $\{x_t, t=1, 2, \dots\}$ 为一离散的随机变量序列; t 表示每一个变量值 x_t 所对应的时间点; $\{i_t, t=1, 2, \dots\}$ 表示不同时间点的状态; $P(x_{t+1}=j | x_t=i_t)$ 为转移概率。

由于系统中存在 n 种状态, 描述各种状态转移到其他状态的概率矩阵如下:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: P_{mn} 为系统各状态转移的概率。

状态转移向量如下:

$$X(n_0+n) = X(n_0)P^n \quad (14)$$

式中: $X(n_0)$ 为当前时刻的状态转移概率向量; P 为状态转移矩阵; $X(n_0+n)$ 为预估 n 年后的状态转移概率向量。

2 实例分析

2.1 工程概况

2016 年, 潭邵高速公路 K1054+000—K1100+500 路段实施大修, 将旧混凝土路面改造为复合式沥青路面。收集该路段 2016—2021 年路面状况指数 I_{PCI} 检测数据, 运用灰色马尔可夫模型对路面状况指数 I_{PCI} 衰减趋势进行预测。

2.2 基于灰色 GM(1,1) 模型的路面状况指数预测

2.2.1 数据处理与检验

以每公里检测数据的平均值表示路面状况指数 I_{PCI} , 原始数据见表 2, 原始数据的累加数据见表 3。

表 2 2016—2021 年路面状况指数 I_{PCI} 检测数据

年份	路面状况指数 I_{PCI}	年份	路面状况指数 I_{PCI}
2016	100.00	2019	94.27
2017	98.41	2020	92.86
2018	97.72	2021	91.86

表 3 原始检测数据的累加数据

年份	路面状况指数 I_{PCI}	年份	路面状况指数 I_{PCI}
2016	100.00	2019	390.40
2017	198.41	2020	483.26
2018	296.13	2021	575.12

为保证灰色 GM(1,1)模型预测结果的可靠性和稳定性,对原始数据进行可行性分析,包括准光滑性检验、准指数检验和级比检验,公式见式(15)~(17)。满足以上检验标准,即可进行灰色 GM(1,1)分析。检验结果见表 4~6。

$$\rho(k) = \frac{X^{(0)}(k)}{X^{(1)}(k-1)} < 0.5 \quad (15)$$

式中: $\rho(k)$ 为准光滑性检验指标; $k=3,4,\dots,n$ 。

$$\delta(k) = \frac{X^{(1)}(k)}{X^{(1)}(k-1)} < [1.0, 1.5] \quad (16)$$

式中: $\delta(k)$ 为准指数检验指标; $k=3,4,\dots,n$ 。

$$\sigma(k) = \frac{X^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k-1)} < (e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+1)}) \quad (17)$$

式中: $\sigma(k)$ 为级比检验指标; $k=2,3,\dots,n$ 。

表 4 路面状况指数 I_{PCI} 的准光滑性检验

k 值	$\rho(k)$	k 值	$\rho(k)$
3	0.492 515	5	0.237 859
4	0.318 340	6	0.190 084

表 5 路面状况指数 I_{PCI} 的准指数检验

k 值	$\delta(k)$	k 值	$\delta(k)$
3	1.492 515	5	1.237 859
4	1.318 340	6	1.190 084

表 6 路面状况指数 I_{PCI} 的级比检验

k 值	$\sigma(k)$	k 值	$\sigma(k)$
3	0.992 989	5	0.985 043
4	0.964 695	6	0.989 531

从表 4~6 可以看出:采用的原始数据满足准光滑性检验和准指数检验要求; $\sigma(k)$ 在 $(-1.330\ 7, 1.330\ 7)$ 区间内,满足级比检验要求。根据原始数据建立灰色 GM(1,1)模型具有可行性。

2.2.2 建模过程

(1) 生成原始数据的累加序列:

$$\mathbf{X}^{(1)} = (100.00, 198.41, 296.13, 390.40, 483.26, 575.12)$$

(2) 构造矩阵 \mathbf{B} 和向量 \mathbf{Y}_n :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -149.205 & 1 \\ -247.27 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -529.19 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{Y}_n = (98.41, 97.72, 94.27, 92.86, 91.86)^T \quad (19)$$

(3) 按式(6)求解,得参数 $a = 0.018\ 925\ 869$ 、 $u = 101.480\ 598$ 。

(4) 建立灰色 GM(1,1)模型如下:

$$\hat{X}^{(1)}(k) = -5\ 262.005e^{-0.018\ 925\ 869(k-1)} + 5\ 362.005$$

(5) 按式(7)计算预测值,结果见表 7。

表 7 灰色 GM(1,1)模型的预测值

年份	I_{PCI} 实测值	I_{PCI} 预测值	残差	残值平方
2016	100.00	100.00	0.00	0.000 0
2017	98.41	98.65	0.24	0.057 6
2018	97.72	96.80	0.92	0.846 4
2019	94.27	94.99	0.72	0.518 4
2020	92.86	93.21	0.35	0.122 5
2021	91.86	91.40	0.40	0.160 0

(6) 模型精度检验。按式(10)、式(11)计算,得 $C = 0.18$ 、 $P = 1$ 。依据表 1,模型精度好,符合要求。

2.3 基于灰色马尔可夫模型的路面状况指数预测

(1) 根据表 7 中路面状况指数 I_{PCI} 预测值将路面状况划分为 4 种状态,分别为非常好、好、一般、差(见表 8)。

表 8 路面状态划分

路面状态	I_{PCI}	路面状态	I_{PCI}
非常好	$[95, 100]$	一般	$[85, 90)$
好	$[90, 95)$	差	$[80, 85)$

(2) 取 4 种状态区间的中值,分别为 97.5、92.5、87.5、82.5。

(3) 依据灰色 GM(1,1)模型反算达到各状态区间中值所需时间 T ,分别为 2.76 年、5.39 年、8.35 年、10.65 年。以 $T+1$ 带入灰色 GM(1,1)模型,求出一年后的灰色预测值作为正态分布期望值,分别为 95.42、90.79、85.84、82.18。计算路面状况指数 I_{PCI} 实测值与预测值的残差标准差作为正态分布的标准差,为 0.58,在所有可能状态上离散于正态

分布。

(4) 计算转移到各子状态的概率,以 P_{11} 计算为例,计算公式见式(20)。同理,计算其他状态转移概率,结果见式(21)。

$$P_{11} = P(95 \leq x < 100) = \int_{95}^{100} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-u)^2/(2\sigma^2)} = \phi(-0.724\ 14 \leq x < 7.896\ 552) = 0.766 \quad (20)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.766 & 0.234 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.913 & 0.087 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.930 & 0.070 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} \quad (21)$$

(5) 灰色马尔可夫模型预测。根据 2021 年路面状况指数 I_{PCI} ,路面状况“好”,则初始向量为(0, 1, 0, 0)。按式(22)计算,得 2022 年路面状况指数 I_{PCI} 预测值为 90.36,路面状况为“好”。同理,计算得 2023 年、2024 年路面状况指数 I_{PCI} 预测值分别为 89.94、89.54,路面状况为“一般”。相比于前 6 年路面状况指数 I_{PCI} 实测值的平均衰减速率,2022—2024 年的路面状况指数 I_{PCI} 预测值的平均衰减速率降低 50%。

$$I_{\text{PCI}2022} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \times \begin{bmatrix} 0.766 & 0.234 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.913 & 0.087 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.930 & 0.070 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 95.42 \\ 90.79 \\ 85.84 \\ 82.18 \end{bmatrix} = 90.36 \quad (22)$$

路面状况指数 I_{PCI} 衰减趋势见图 1。由图 1 可知:复合式沥青路面路面状况指数 I_{PCI} 衰减曲线大致呈反 S 形。

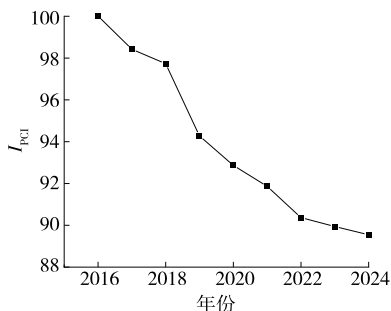


图 1 复合式沥青路面路面状况指数 I_{PCI} 衰减曲线

3 结语

本文采用灰色马尔可夫模型对潭邵高速公路 K1054+000—K1100+500 路段复合式沥青路面路面状况指数 I_{PCI} 进行预测,得出 2022 年、2023 年、2024 年的预测值分别为 90.36、89.94、89.54,复合式沥青路面衰减曲线大致呈反 S 形。灰色马尔可夫模型可以在较少数据的情况下进行建模且建模简便,实用性强,便于工程应用分析,可为道路科学养护决策提供一定技术支持。

参考文献:

- [1] 吴桂金.基于 ANSYS 的 AC/CRC 层间剪应力分析[J].公路与汽运,2005(4):69-71.
- [2] 刘朝晖,郑健龙,华正良.CRC+AC 刚柔复合式路面结构与工程应用[J].公路交通科技,2008,25(12):59-64.
- [3] 杨雨晴,胡庆国.永州市高速公路沥青路面使用性能预测研究[J].公路与汽运,2021(6):168-171+176.
- [4] 孙鹏,范军.高速公路沥青路面使用性能评价及预测[J].工程技术研究,2021,6(21):117-118.
- [5] 肖金平,韦慧,赵健,等.湖南省高速公路路面使用性能衰变模型[J].中南大学学报(自然科学版),2015,46(7):2686-2692.
- [6] 马永波.湖南潭邵高速公路大修工程加铺结构研究[D].长沙:长沙理工大学,2019.
- [7] 程焰兵.移动荷载下 CRC+AC 复合式路面结构的动力响应研究[D].长沙:湖南大学,2015.
- [8] 程小亮,王阳,赵乾文,等.武汉市高新大道综合改造路面结构方案设计[J].城市道桥与防洪,2021(4):26-29+10.
- [9] 周婷.连续配筋混凝土刚柔复合式沥青路面层间剪切疲劳研究[D].长沙:长沙理工大学,2014.
- [10] 叶操,苏卫国.运用 Excel 建立路面性能马尔可夫预测模型[J].路基工程,2012(2):38-41.
- [11] 李绍华,熊春龙,虞将苗.基于灰色马尔科夫模型的养护方案费效分析[J].公路,2020,65(5):305-311.
- [12] 商博明,刘帅锋,王陕郡,等.基于灰色马尔可夫的市政道路路面使用性能预测[J].公路,2022,67(3):312-318.
- [13] 金年生,陈飞,苗超杰.基于灰色-马尔科夫理论的沥青路面性能预测研究[J].公路交通技术,2018,34(5):17-20+26.

收稿日期:2022-02-22